



เอกสารประกอบการเรียน
วิชา คณิตศาสตร์

ตัวอย่าง sample

วงกลม

เอกสารจริง
ไม่มีลายน้ำ

เอกสารนี้เผยแพร่ที่: ajnunu.com

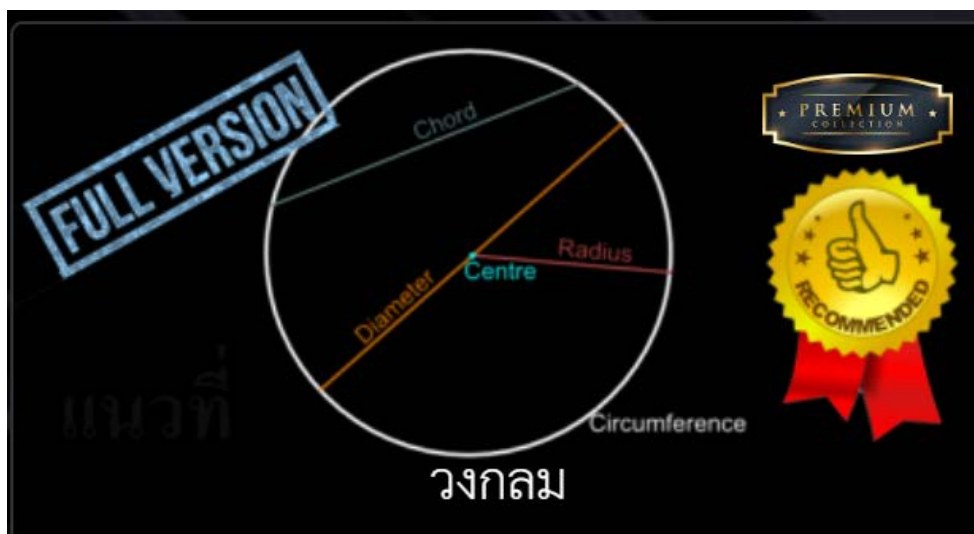
ข้อกำหนดในการใช้เอกสาร: เอกสารประกอบการเรียนนี้เป็นผลงานการเรียบเรียงของ อ.วิษณุ วงศ์ธรรมสิริ ซึ่งได้รับความคุ้มครองตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ ผู้ที่ต้องการเผยแพร่ส่วนหนึ่งส่วนใดของเอกสารนี้ หรือใช้เอกสารนี้ในการประกอบการสอน ต้องได้รับการยินยอมเป็นลายลักษณ์อักษรก่อนเท่านั้น

โปรดอ่านก่อนเรียน

เอกสารประกอบการเรียน วิชา คณิตศาสตร์ เรื่อง **วงกลม ม.3**
ฉบับนี้ได้คัดเนื้อหาและแบบฝึกหัดออกมาจากส่วนหนึ่งของเอกสาร
ประกอบการเรียน เรื่อง **วงกลม (FULL VERSION)** เพื่อ
ปรับให้เหมาะกับพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับ
มัธยมศึกษาปีที่ 3 และสอดคล้องกับระยะเวลาที่ใช้ในการเรียนที่
เหมาะสมกับภาคการศึกษา

ทั้งนี้ทั้งนั้น หากนักเรียนต้องการที่จะทำแบบฝึกหัดหรือแนว
ข้อสอบที่น่าสนใจและยากมากขึ้นกว่านี้ แนะนำให้ไปเรียนในหัวข้อ

วงกลม (FULL VERSION) นะครับ



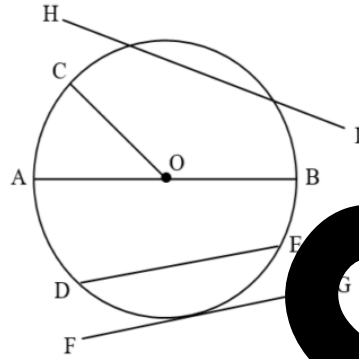
สารบัญ

| หัวข้อ | หน้า |
|-----------------------------------|------|
| ความหมายของวงกลมและส่วนประกอบ | 1 |
| คุณสมบัติที่ 1 และ แบบฝึกหัดที่ 1 | 2 |
| คุณสมบัติที่ 2 และ แบบฝึกหัดที่ 2 | 5 |
| คุณสมบัติที่ 3 และ แบบฝึกหัดที่ 3 | 10 |
| คุณสมบัติที่ 4 และ แบบฝึกหัดที่ 4 | 16 |
| คุณสมบัติที่ 5 และ แบบฝึกหัดที่ 5 | 20 |
| คุณสมบัติที่ 6 และ แบบฝึกหัดที่ 6 | 24 |
| คุณสมบัติที่ 7 และ แบบฝึกหัดที่ 7 | 31 |
| คุณสมบัติที่ 8 และ แบบฝึกหัดที่ 8 | 40 |



วงกลม

วงกลม คือ รูปที่ประกอบด้วยจุดทุกจุดที่อยู่ห่างจากจุดหนึ่งที่จุดหนึ่งบนระนาบเดียวกันเป็นระยะทางเท่ากัน



ส่วนประกอบของวงกลม

- 1) จุดศูนย์กลาง คือ จุดคงที่ซึ่งอยู่ภายในวงกลมซึ่งอยู่ห่างจากจุดทุกจุดที่ประกอบเป็นวงกลม เป็นระยะทางเท่ากันบนระนาบเดียวกัน (จุดศูนย์กลางยังใช้เป็นชื่อเรียกวงกลมนั้นๆ ด้วย)

จากรูป จุด O คือ จุดศูนย์กลางของวงกลม

- 2) รัศมี คือ ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดศูนย์กลางไปยังจุดบนเส้นรอบวง

จากรูป \overline{OA} , \overline{OB} , \overline{OC} คือ รัศมีของวงกลม O

หมายเหตุ 1. วงกลม 1 วง มีรัศมีมากมายไม่ถ้วน
2. รัศมีของวงกลม 1 วง ยาวกันยอมยี่สิบเก้าล้าน
3. วงกลมใดๆ ที่มีรัศมีเท่ากัน ย่อมมีขนาดเท่ากัน กล่าวคือสามารถทับกันได้สนิท

- 3) เส้นผ่านศูนย์กลาง คือ ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดบนเส้นรอบวงผ่านจุดศูนย์กลางไปยังอีกจุดหนึ่งบนเส้นรอบวง

จากรูป \overline{AB} คือ เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

หมายเหตุ 1. วงกลม 1 วง มีเส้นผ่านศูนย์กลางมากมายไม่ถ้วน
2. เส้นผ่านศูนย์กลาง 1 เส้น มีความยาวเท่ากับความยาวของรัศมี 2 เส้น

- 4) คอร์ด คือ ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกัน คอร์ดแต่ละเส้นจะแบ่งส่วนโค้งของวงกลมออกเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนโค้งใหญ่ กับ ส่วนโค้งน้อย

จากรูป \overline{DE} คือ คอร์ดของวงกลม O

คอร์ดที่ยาวที่สุดของวงกลมวงหนึ่ง คือ เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมและแบ่งวงกลมออกเป็น 2 ส่วนที่เท่ากัน กล่าวคือ ครึ่งวงกลม

5) เส้นสัมผัสวงกลม คือ ส่วนของเส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียว

จากรูป \overline{FG} คือ เส้นสัมผัสของวงกลม O

6) เส้นพาดวง คือ ส่วนของเส้นตรงที่ลากผ่านวงกลมและตัดวงกลม 2 จุด

จากรูป \overline{HI} คือ เส้นพาดวงของวงกลม O

7) ส่วนโค้งของวงกลม

ยกตัวอย่างจากรูป

ส่วนโค้ง AC เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ \widehat{AC}
 ความยาวส่วนโค้ง เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ความยาว (\widehat{AC})

คุณสมบัติต่าง ๆ ของวงกลม

คุณสมบัติที่ 1 มุมภายในครึ่งวงกลมมีขนาดเท่ากับ 90 องศา



$\angle ABC = 90^\circ$

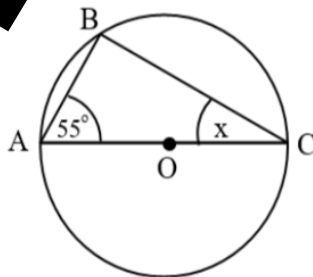
แบบฝึกหัดที่ 1

1) จากรูป ค่า x

ก) 25°

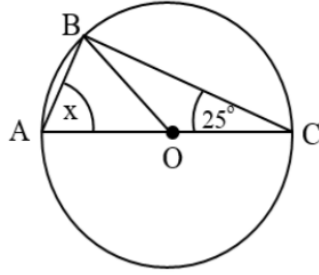
ข) 35°

ค) 40°



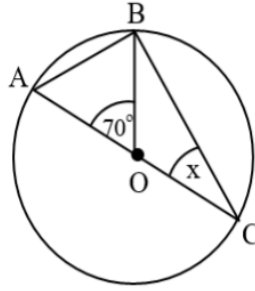
2) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 50°
- ข) 55°
- ค) 60°
- ง) 65°



3) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 35°
- ข) 30°
- ค) 25°
- ง) 20°



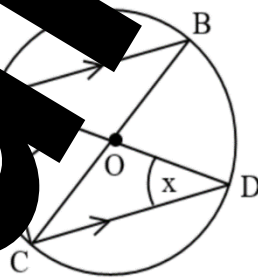
4) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 85°
- ข) 100°
- ค) 105°
- ง) 110°



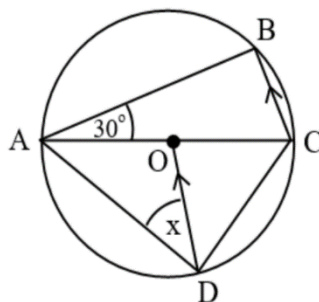
5) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 24°
- ข) 25°
- ค) 26°
- ง) 28°



6) จากรูป

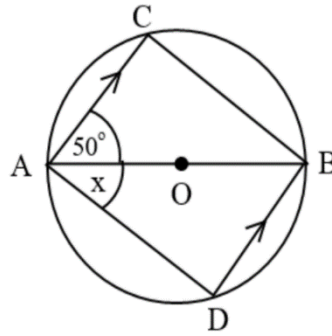
- ก) 32°
- ข) 35°



ajnununu.com

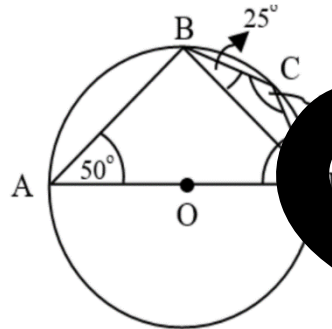
7) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 30°
- ข) 35°
- ค) 40°
- ง) 45°



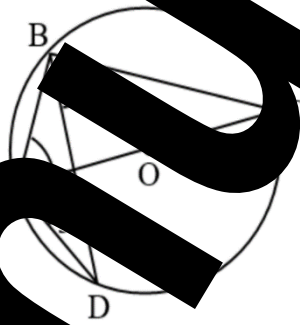
8) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 65°
- ข) 70°
- ค) 75°
- ง) 80°



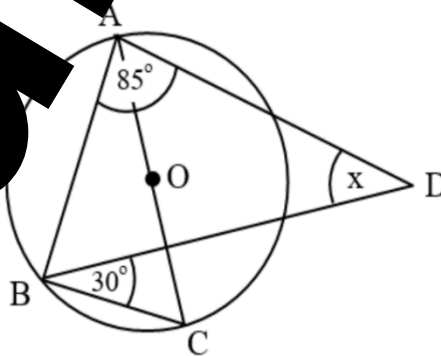
9) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 119°
- ข) 118°
- ค) 120°
- ง) 122°



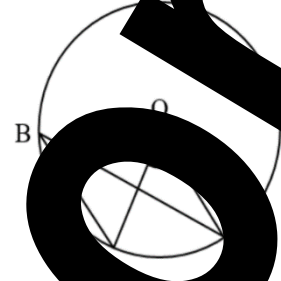
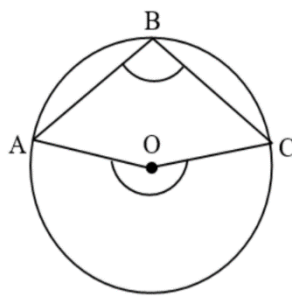
10) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 35°
- ข) 40°
- ค) 45°
- ง) 50°



ajnunnu.com

คุณสมบัติที่ 2 มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็น 2 เท่าของขนาดมุมในส่วนโค้งของวงกลม ซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน



จากรูป $\angle AOC = 2\angle ABC$

แบบฝึกหัดที่ 2

๑ ตอนที่ 1

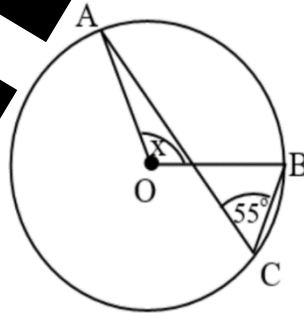
1) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 21°
- ข) 42°
- ค) 44°
- ง) 84°



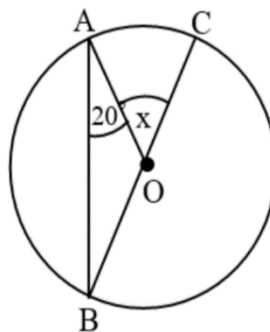
2) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 22.5°
- ข) 55°
- ค) 100°
- ง) 11



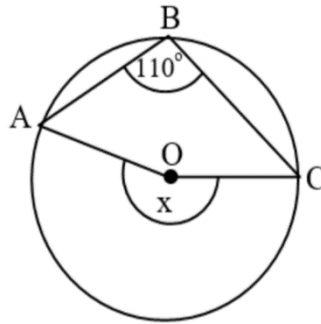
3) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 20°
- ข) 40°
- ค) 60°
- ง) 80°



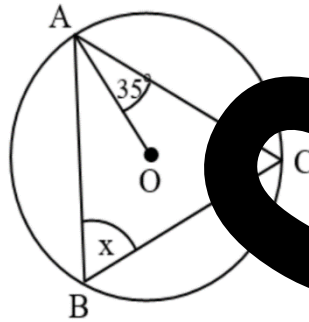
4) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 55°
- ข) 70°
- ค) 110°
- ง) 220°



5) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 25°
- ข) 35°
- ค) 55°
- ง) 110°



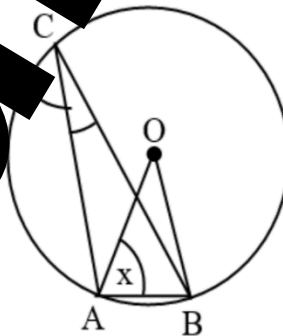
6) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 64°
- ข) 70°
- ค) 72°
- ง) 80°



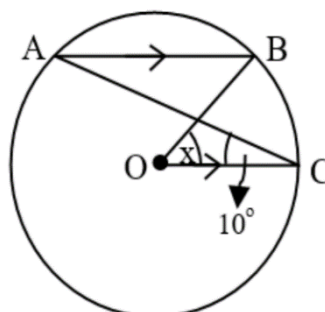
7) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 40°
- ข) 80°
- ค) 60°
- ง) 70°



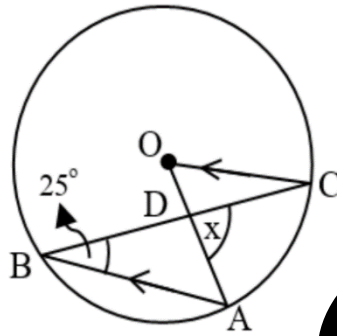
8) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 10°
- ข) 20°
- ค) 30°



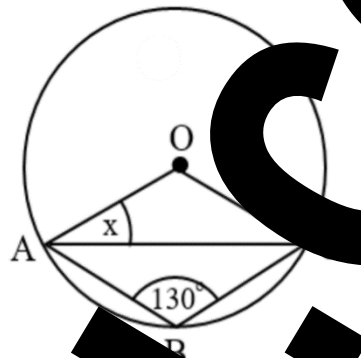
9) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 20°
- ข) 25°
- ค) 50°
- ง) 75°



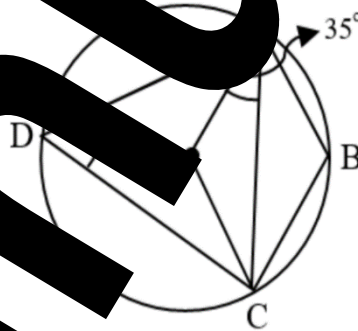
10) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 35°
- ข) 40°
- ค) 50°
- ง) 65°



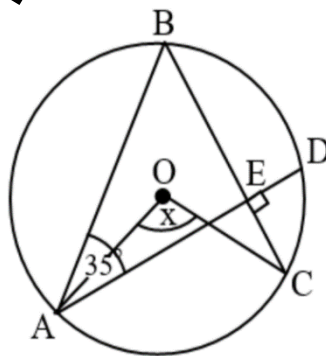
11) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 55°
- ข) 50°
- ค) 45°
- ง) 40°



12) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 125°
- ข) 120°
- ค) 115°
- ง) 110°

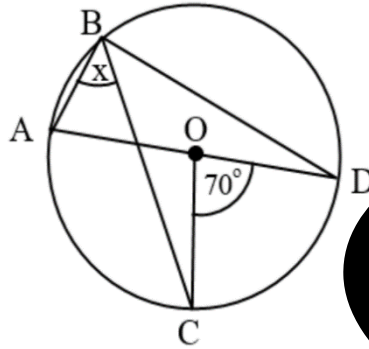


ajnunui.com

๑ ตอนที่ 2

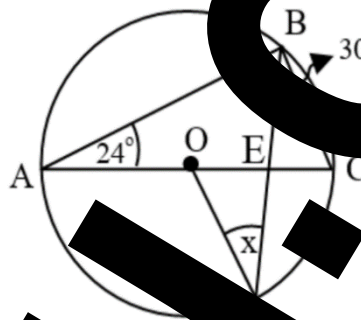
1) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 55°
- ข) 45°
- ค) 40°
- ง) 35°



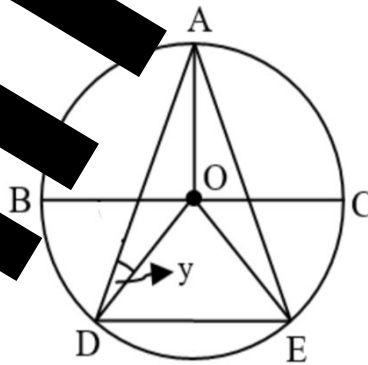
2) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 24°
- ข) 36°
- ค) 40°
- ง) 44°



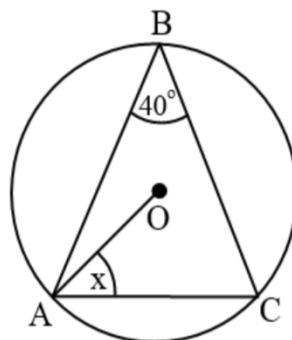
3) จากรูป $\overline{AD} = \overline{AE}$, $\angle DOE = 80^\circ$ \overline{BC} เป็นเส้นตรง จงหาค่า y

- ก) 40°
- ข) 30°
- ค) 20°
- ง) 10°



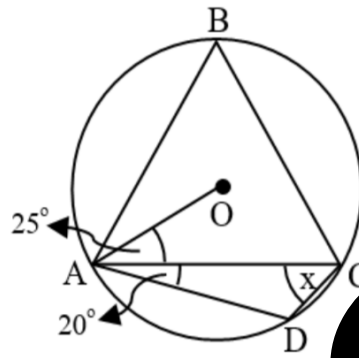
4) จงหาค่า x

- ก) 55°
- ข) 40°
- ค) 35°
- ง) 30°



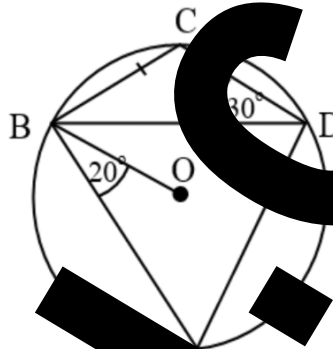
5) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 55°
- ข) 45°
- ค) 35°
- ง) 20°



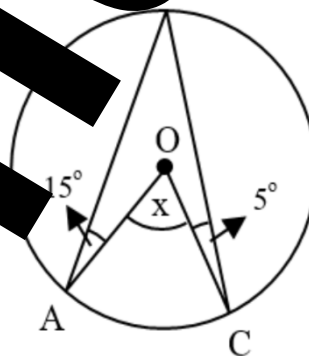
6) จากรูป จงหาค่ามุม ABC

- ก) 50°
- ข) 60°
- ค) 70°
- ง) 80°



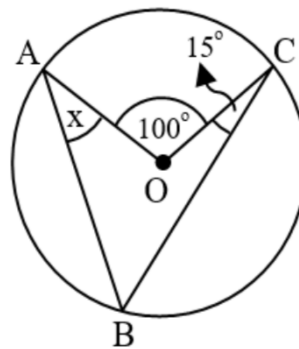
7) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 40°
- ข) 35°
- ค) 30°
- ง) 25°



8) จากรูป จงหาค่า x

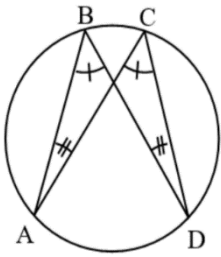
- ก) 35°
- ข) 30°
- ค) 25°
- ง) 25°



ajnunnu.com

คุณสมบัติที่ 3

มุมที่เส้นรอบวงของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันหรือมีความยาวของส่วนโค้งเท่ากัน จะมีขนาดเท่ากัน

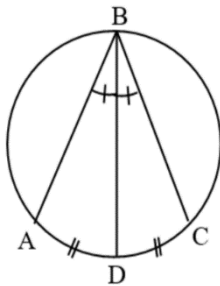


\widehat{ABD} กับ \widehat{ACD} เป็นมุมที่เส้นรอบวงที่มีส่วนโค้งรองรับ

จะได้; $\widehat{ABD} = \widehat{ACD}$

\widehat{BAC} กับ \widehat{BDC} เป็นมุมที่เส้นรอบวงที่มีส่วนโค้งรองรับ

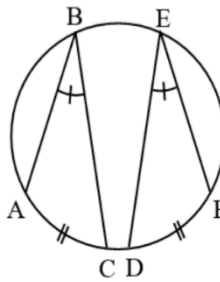
จะได้; $\widehat{BAC} = \widehat{BDC}$



\widehat{ABD} กับ \widehat{DBC} เป็นมุมที่เส้นรอบวงที่มีส่วนโค้งรองรับ

\widehat{AD} กับ \widehat{DC} ที่มีความยาวเท่ากัน

จะได้; $\widehat{ABD} = \widehat{DBC}$



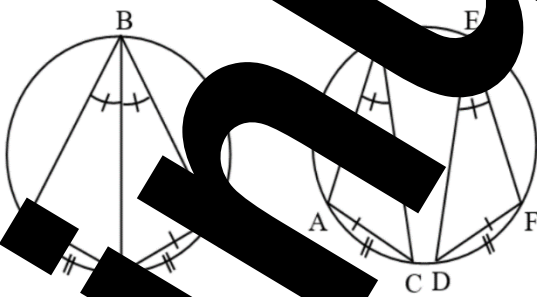
\widehat{ABD} กับ \widehat{DEF} เป็นมุมที่เส้นรอบวงที่มีส่วนโค้งรองรับ

\widehat{AC} กับ \widehat{DF} ที่มีความยาวเท่ากัน

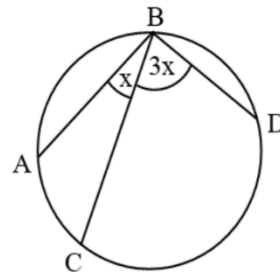
จะได้; $\widehat{ABD} = \widehat{DEF}$

เพิ่มเติม

- 1) มุมที่เส้นรอบวงที่มีส่วนโค้งรองรับมีความยาวเท่ากัน เมื่อลากคอร์ดจากปลายมุมด้านหนึ่งไปยังส่วนโค้งอีกด้านหนึ่งคอร์ดจะยาวเท่ากัน



$\widehat{CD} = \widehat{EF}$
 $\widehat{AC} = \widehat{DF}$



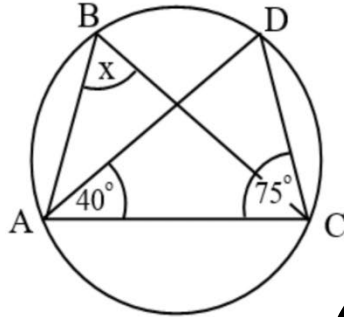
จะได้; $\widehat{CBD} = 3(\widehat{ABC})$

แบบฝึกหัดที่ 3

๑ ตอนที่ 1

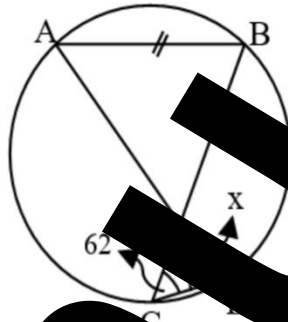
1) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 55°
- ข) 65°
- ค) 70°
- ง) 75°



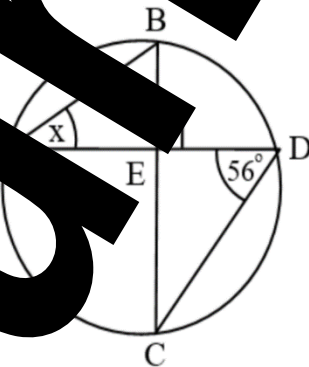
2) จากรูป กำหนดให้ $\overline{AB} = \overline{BE}$ จงหาค่า x

- ก) 60°
- ข) 56°
- ค) 48°
- ง) 44°



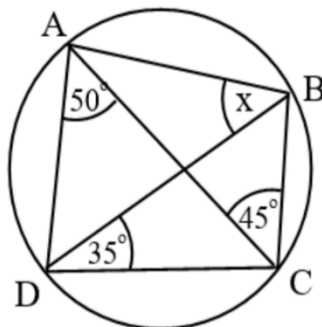
3) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 64°
- ข) 56°
- ค) 42°
- ง) 34°



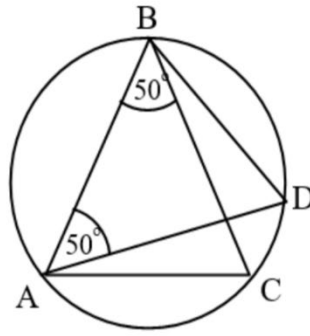
4) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 40°
- ข) 45°
- ค) 45°
- ง) 45°



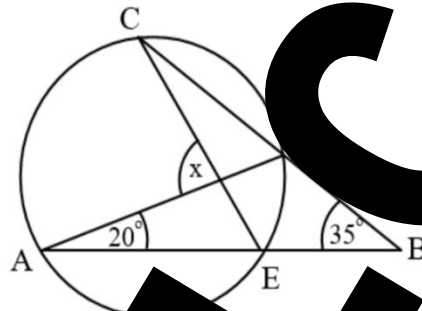
5) จากรูป ให้ $\overline{AB} = \overline{BC}$ จงหาค่า $\angle ABD$

- ก) 40°
- ข) 45°
- ค) 55°
- ง) 65°



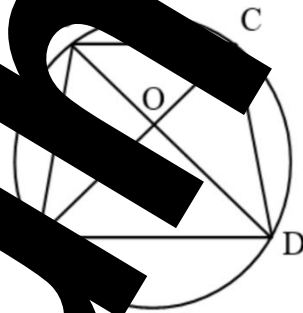
6) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 55°
- ข) 60°
- ค) 75°
- ง) 80°



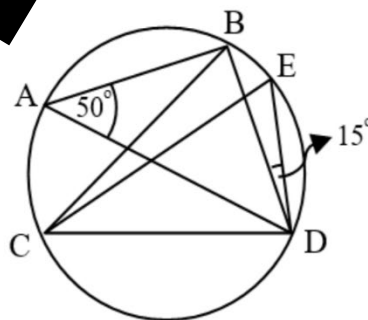
7) กำหนดให้ $\angle ACD = 70^\circ$, $\angle CDA = 60^\circ$, $\angle DAB = 80^\circ$ จงหาค่า $\angle ADB$

- ก) 100°
- ข) 105°
- ค) 110°
- ง) 115°



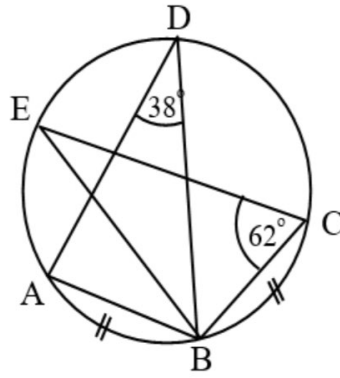
8) จากรูป จงหาค่า $\angle AED$

- ก) 25°
- ข) 30°
- ค) 35°
- ง) 40°



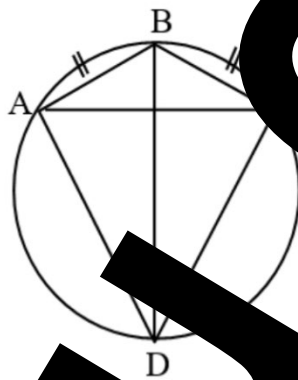
9) จากรูป จงหาค่าของ $\angle EBC$

- ก) 70°
- ข) 76°
- ค) 80°
- ง) 84°



10) จากรูป $\angle ADC = 64^\circ$ จงหาค่า $\angle ABC$

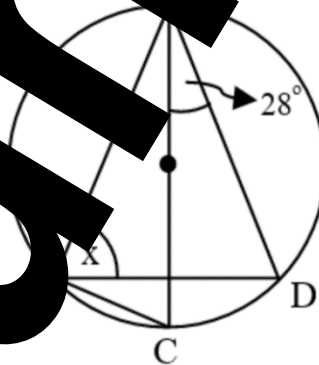
- ก) 104°
- ข) 112°
- ค) 116°
- ง) 120°



๑ ตอนที่ 2

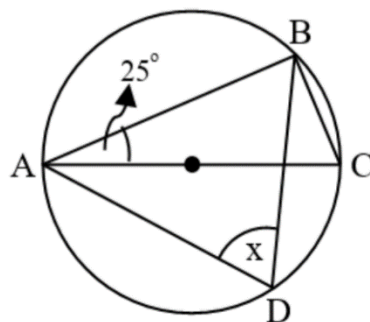
1) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 58°
- ข) 60°
- ค) 62°
- ง) 64°



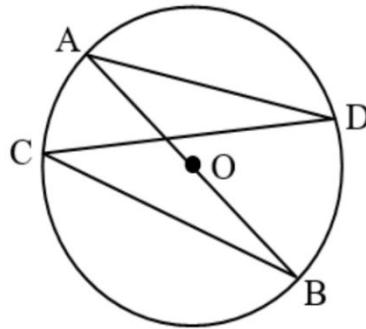
2) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 65°
- ข) 70°
- ค) 75°
- ง) 80°



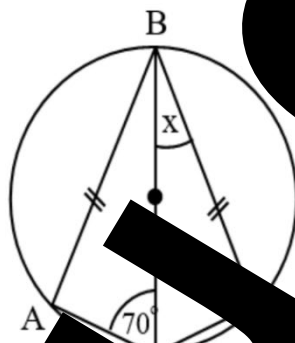
3) กำหนดให้ $\angle ADC = 28^\circ$ จงหาค่าของ $\angle CAB$

- ก) 62°
- ข) 64°
- ค) 68°
- ง) 72°



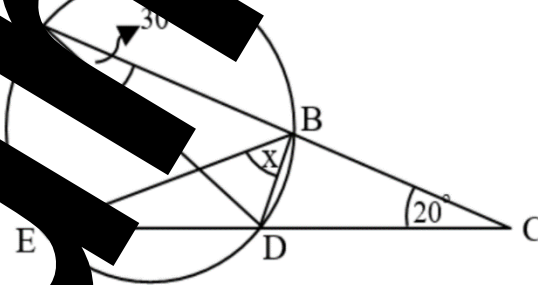
4) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 20°
- ข) 25°
- ค) 30°
- ง) 35°



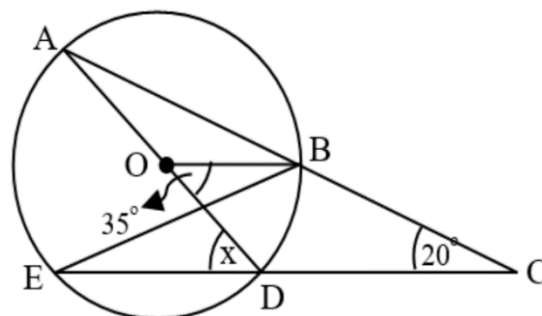
5) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 50°
- ข) 40°
- ค) 30°
- ง) 20°



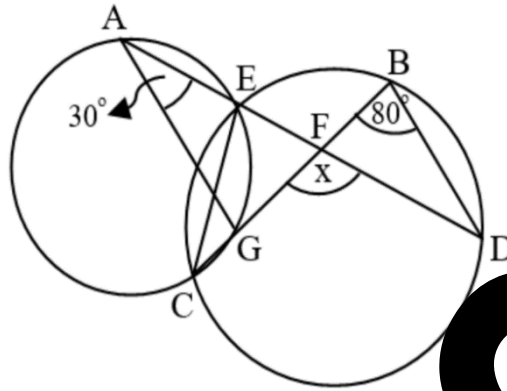
6) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 75°
- ข) 36°
- ค) 75°
- ง) 36°



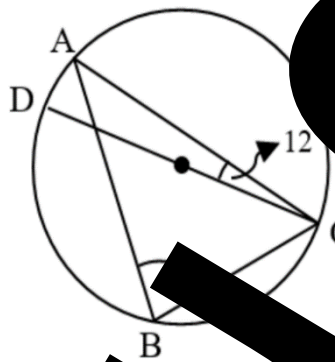
7) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 100° ข) 105°
- ค) 110° ง) 120°



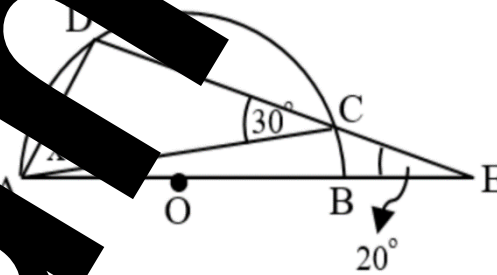
8) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 78° ข) 80°
- ค) 82° ง) 84°



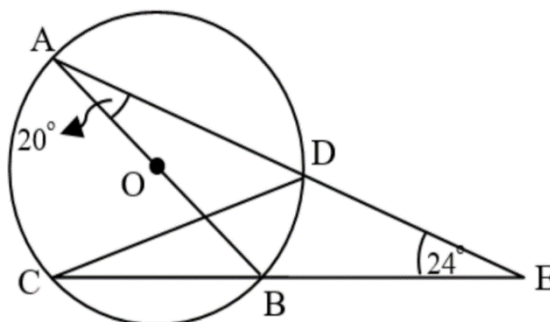
9) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 40° ข) 45°
- ค) 50° ง) 55°



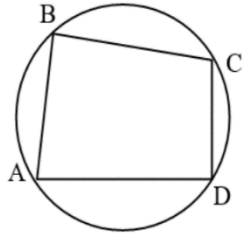
10) จากรูป จงหาค่าของ x

- ก) 44° ข) 46°
- ค) 48° ง) 50°



ajnunu.com

คุณสมบัติที่ 4 สี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลม โดยที่มุมทั้งสี่ของสี่เหลี่ยม ต้องอยู่บนเส้นรอบวงของวงกลม มุมตรงข้ามของสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลมรวมกันได้ 180 องศา



จากรูป

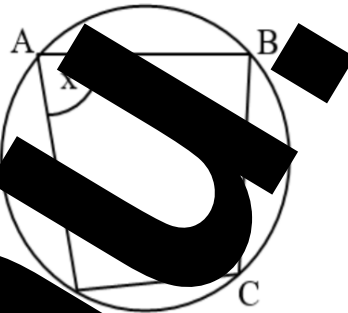
$$\begin{aligned} \angle ABC + \angle ADC \\ \angle BAD + \angle BCD = 180^\circ \end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ 4

ตอนที่ 1

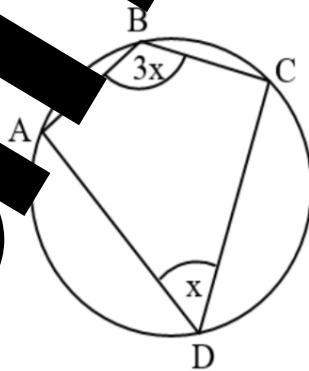
1) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 58°
- ข) 68°
- ค) 70°
- ง) 78°



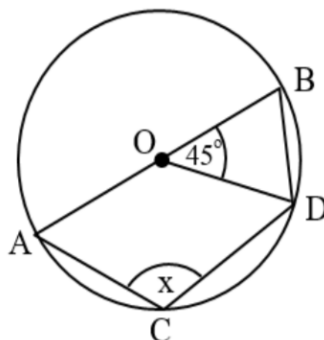
2) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 35°
- ข) 40°
- ค) 45°
- ง) 50°



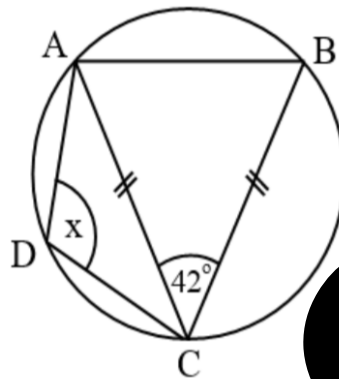
จากรูป จงหาค่า x (AB เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง)

- ก) 112.5°
- ข) 110°
- ค) 115°
- ง) 118°



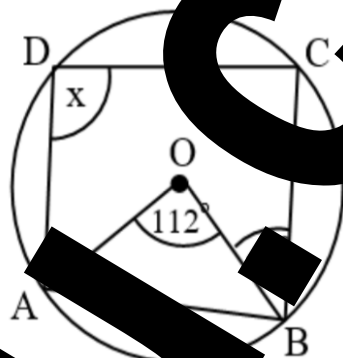
4) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 111°
- ข) 112°
- ค) 113°
- ง) 114°



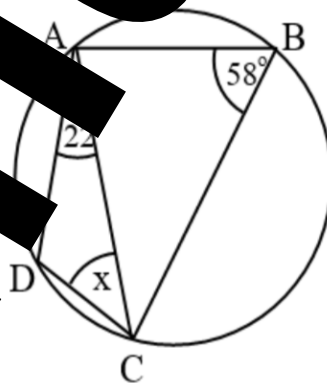
5) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 74°
- ข) 88°
- ค) 106°
- ง) 110°



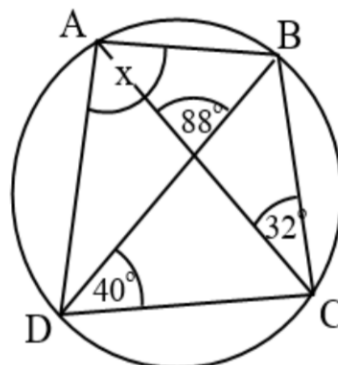
6) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 34°
- ข) 36°
- ค) 42°
- ง) 48°



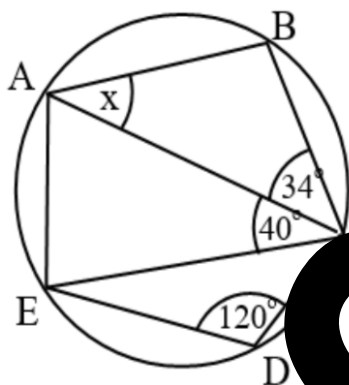
7) จงหาค่า x

- ก) 84°
- ข) 94°



8) จากรูป จงหาค่า x

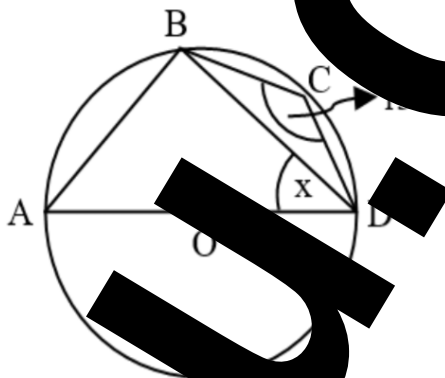
- ก) 56°
- ข) 46°
- ค) 40°
- ง) 27°



๑ ตอนที่ 2

1) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 30°
- ข) 35°
- ค) 40°
- ง) 45°



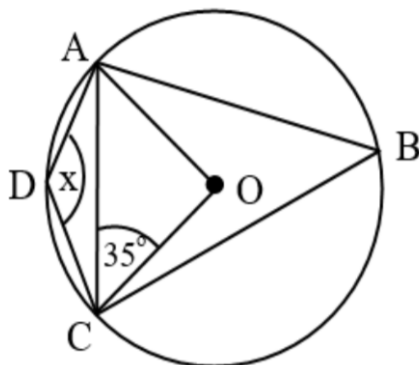
2) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 108°
- ข) 112°
- ค) 120°
- ง) 144°



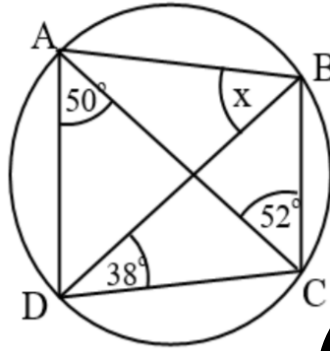
3) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 10°
- ข) 12°
- ค) 30°
- ง) 14°



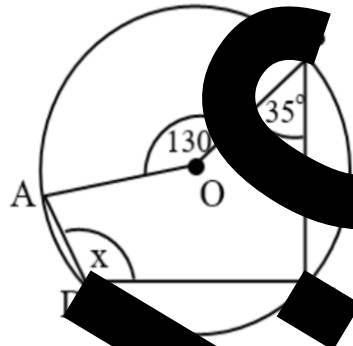
4) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 35°
- ข) 40°
- ค) 45°
- ง) 50°

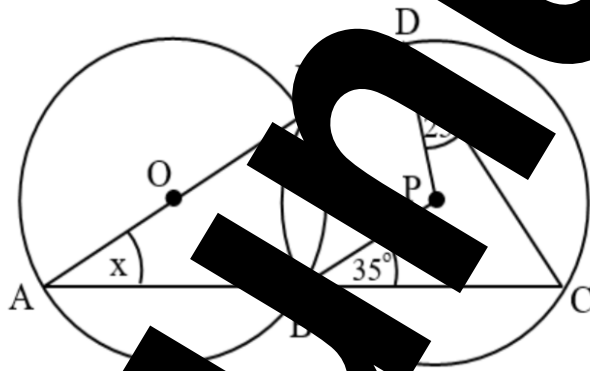


5) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 105°
- ข) 110°
- ค) 115°
- ง) 120°



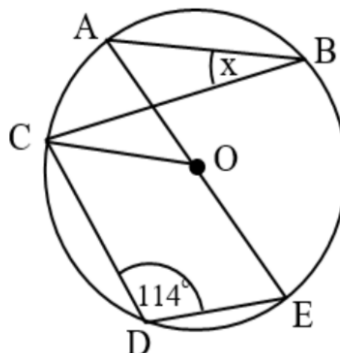
6) จากรูป จงหาค่า x



- ก) 30°
- ข) 35°
- ค) 40°
- ง) 45°

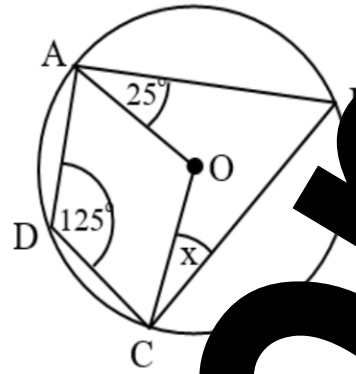
7) จงหาขนาดของมุม $\angle AEC$ เป็นเส้นตรง AE เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง จงหาค่า x

- ก) 24°
- ข) 30°
- ค) 34°
- ง) 40°



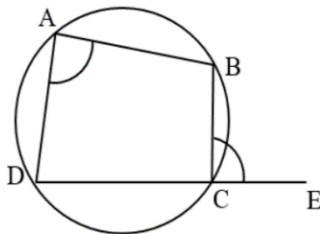
8) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 25°
- ข) 30°
- ค) 35°
- ง) 40°



คุณสมบัติที่ 5

ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลมออกภายนอกที่ติดกันจะเท่ากับมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามกัน

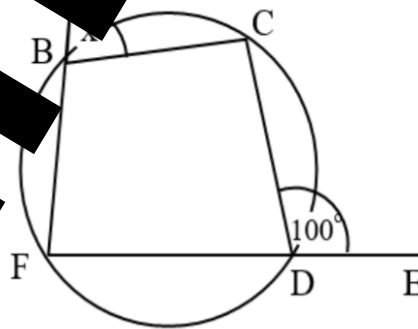


จากรูป $\hat{BCE} = \hat{DAB}$

แบบฝึกหัดที่ 5

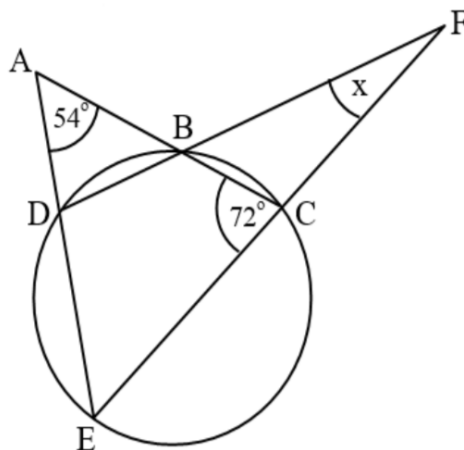
1) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 100°
- ข) 90°
- ค) 80°
- ง) 70°



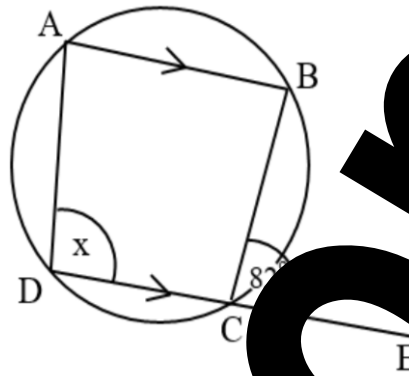
2) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 22°
- ข) 20°
- ค) 18°



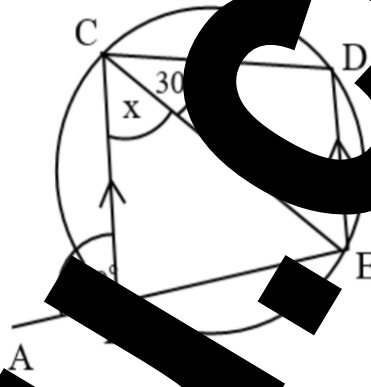
3) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 82°
- ข) 98°
- ค) 100°
- ง) 102°



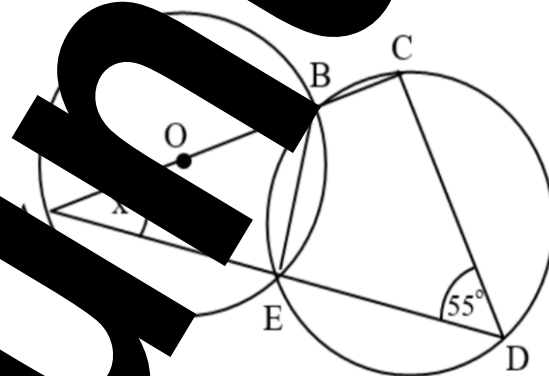
4) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 50°
- ข) 55°
- ค) 60°
- ง) 80°



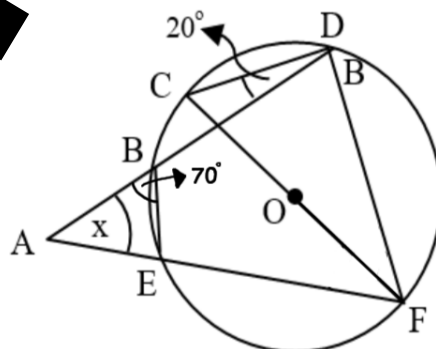
5) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 55°
- ข) 40°
- ค) 45°
- ง) 35°



6) จากรูป จงหาค่า x

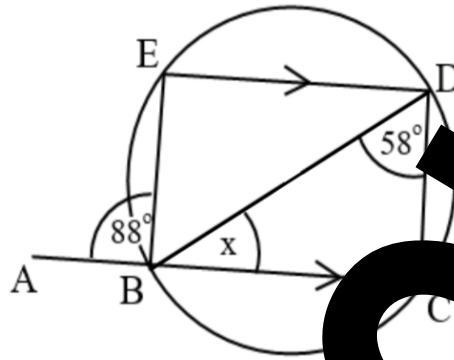
- ก) 20°
- ข) 30°
- ค) 40°



ajnuu.com

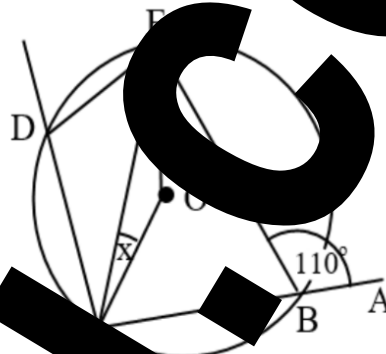
7) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 28°
- ข) 30°
- ค) 44°
- ง) 46°



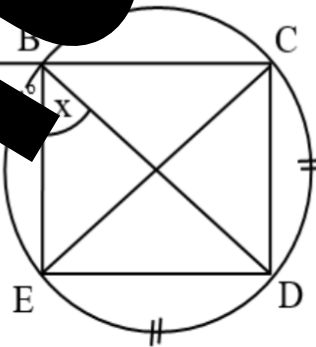
8) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 10°
- ข) 15°
- ค) 20°
- ง) 30°



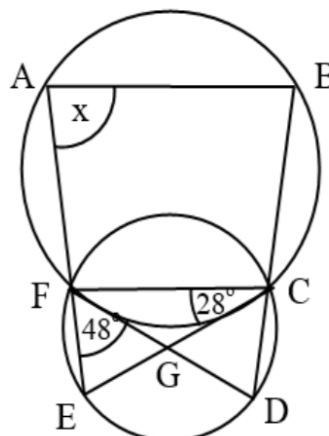
9) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 43°
- ข) 46°
- ค) 47°
- ง) 52°

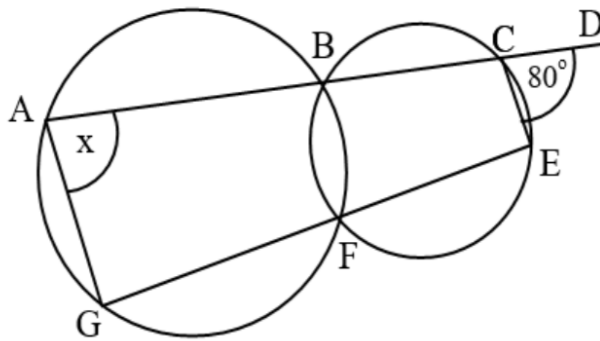


10) จากรูป

- ก) 74°
- ข) 84°
- ค) 90°
- ง) 104°

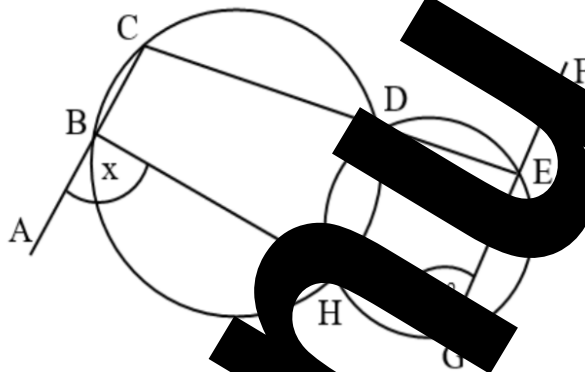


11) จากรูป จงหาค่า x



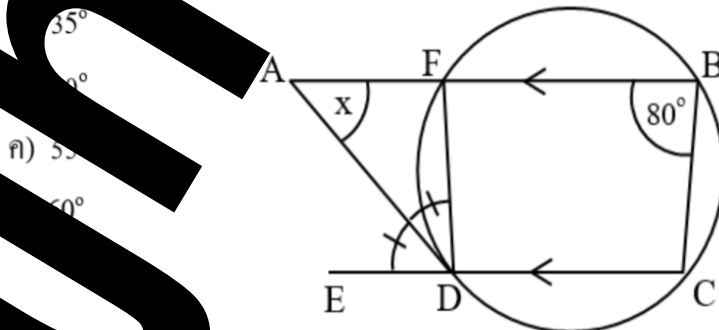
- ก) 100° ข) 90° ค) 80° ง) 75°

12) จากรูป จงหาค่า x



- ก) 44° ข) 46° ค) 92° ง) 102°

13) จากรูป จงหาค่า x

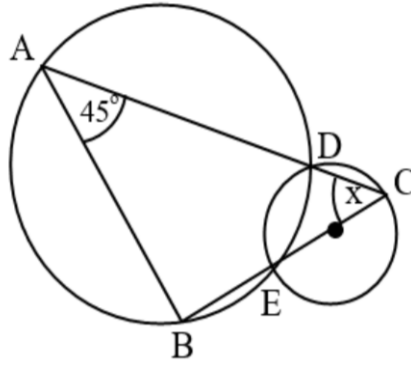


- ก) 55°
ข) 60°

ajnununu.com

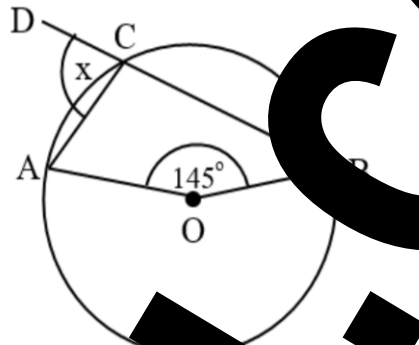
14) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 45°
- ข) 40°
- ค) 30°
- ง) 22.5°

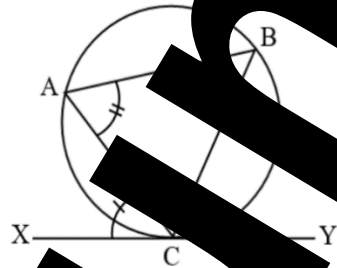


15) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 80°
- ข) 72.5°
- ค) 80°
- ง) 82.5°



คุณสมบัติที่ 6 มุมที่เกิดระหว่างเส้นสัมผัสกับคอร์ดที่ลากจากจุดสัมผัสนั้นมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้าม



จากรูป

$$\widehat{XCA} = \widehat{ACB}$$

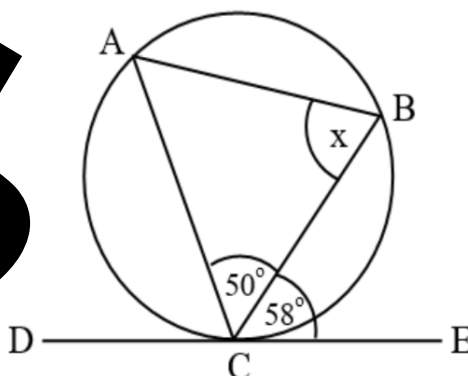
$$\widehat{YCB} = \widehat{BAC}$$

สมบัติที่ 6

๑ ตอนที่ ๑

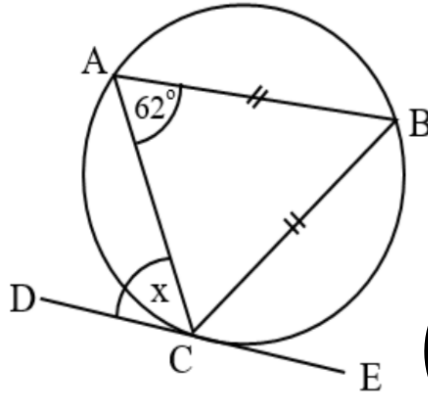
จากรูป จงหาค่า x

- ก) 58
- ข) 50
- ค) 5
- ง) 2



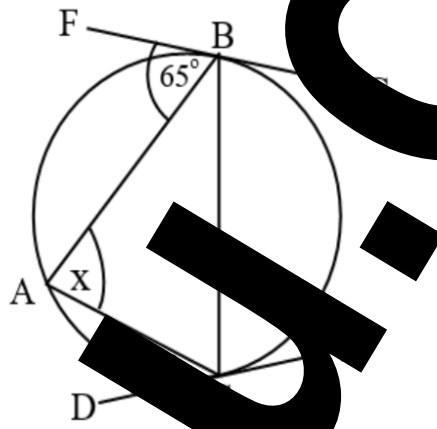
2) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 68°
- ข) 62°
- ค) 60°
- ง) 56°



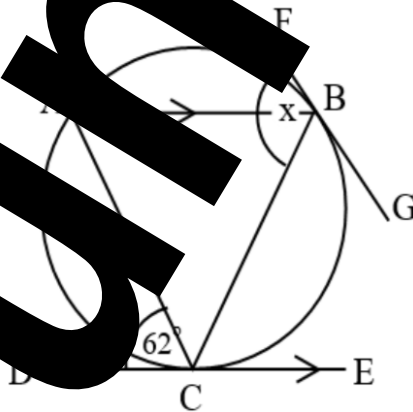
3) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 40°
- ข) 65°
- ค) 75°
- ง) 80°



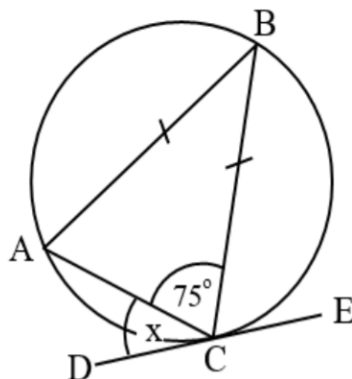
4) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 124°
- ข) 120°
- ค) 118°
- ง) 116°



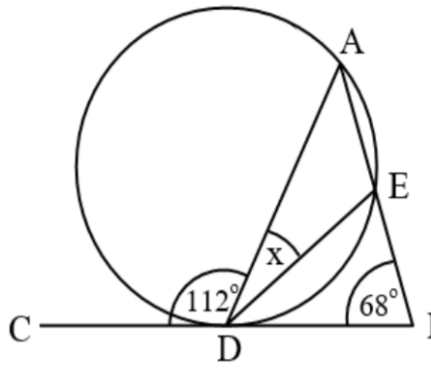
จากรูป จงหาค่า x

- ก) 25°
- ข) 35°



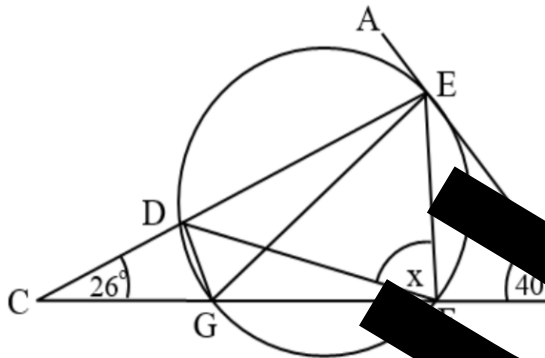
6) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 22°
- ข) 23°
- ค) 24°
- ง) 26°

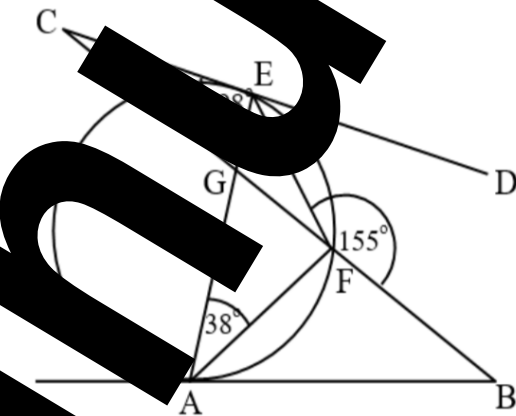


7) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 14°
- ข) 38°
- ค) 66°



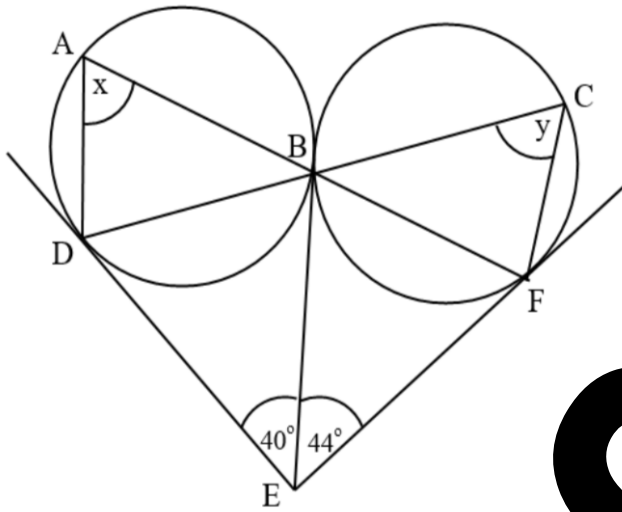
8) จากรูป จงหาค่า x



- ก) 15°
- ข) 16°

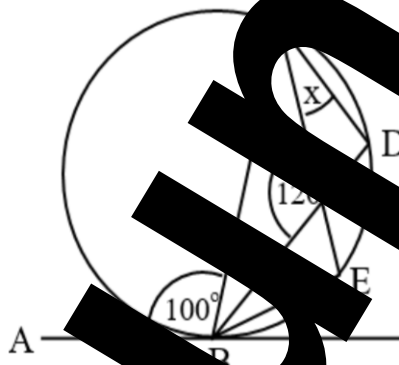
ajnununi.com

9) จากรูป จงหาค่า $x + y$



- ก) 84° ข) 126° ค) 138° ง) 142°

10) จากรูป จงหาค่า x



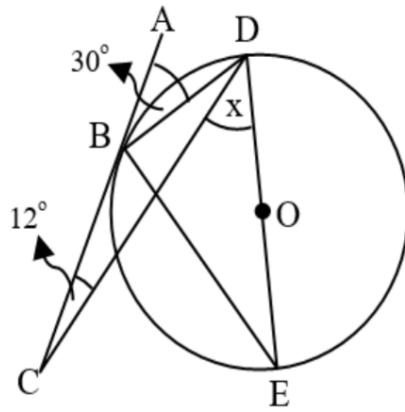
- ก) 10° ข) 20° ค) 30°

ajnununu.com

๑ ตอนที่ 2

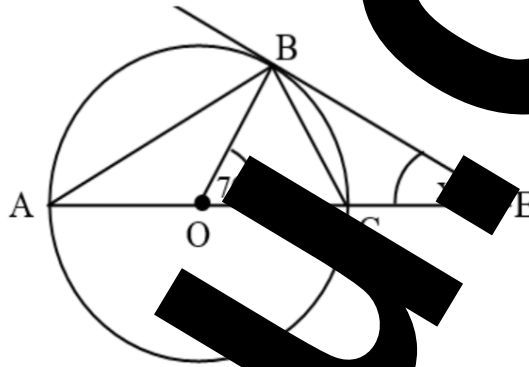
1) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 42°
- ข) 46°
- ค) 48°
- ง) 52°



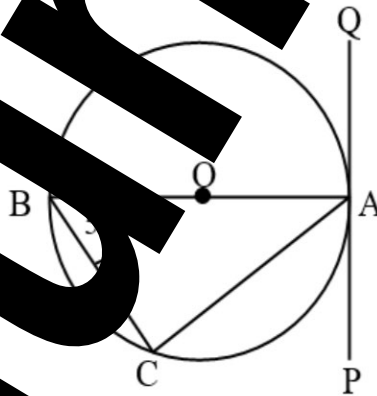
2) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 15°
- ข) 20°
- ค) 25°
- ง) 30°



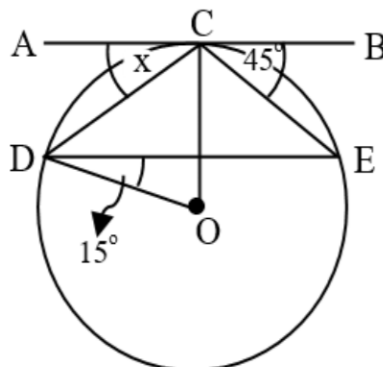
3) จงหาขนาดของ \hat{PAC}

- ก) 60°
- ข) 55°
- ค) 50°
- ง) 45°



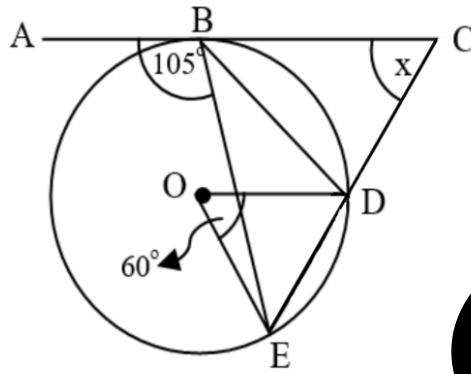
4) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 45°
- ข) 30°
- ค) 35°
- ง) 3



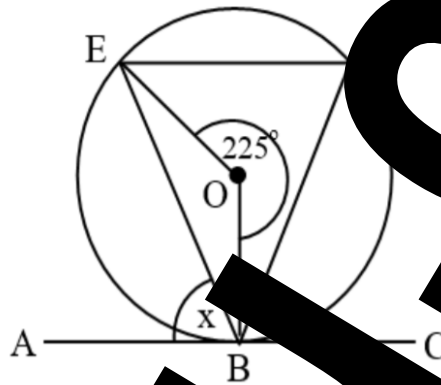
5) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 60°
- ข) 55°
- ค) 50°
- ง) 45°



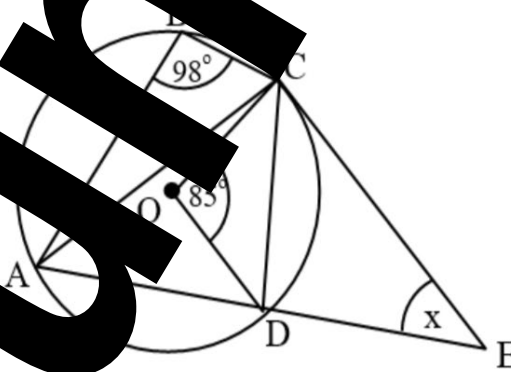
6) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 54.25°
- ข) 58.5°
- ค) 67.5°
- ง) 69.75°



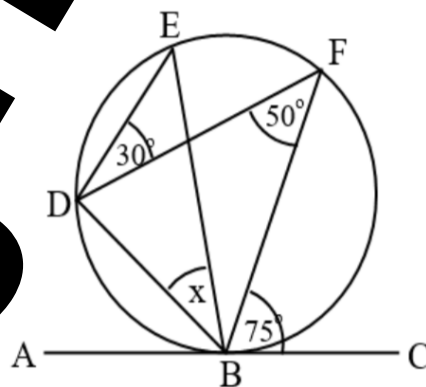
7) \overline{EC} เป็นเส้นสัมผัส หาค่า x

- ก) 23.5°
- ข) 26°
- ค) 37.5°
- ง) 39.5°



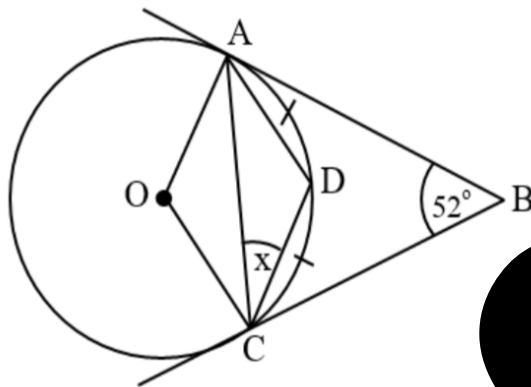
8) จงหาค่า x

- ก) 20°
- ข) 25°
- ค) 30°
- ง) 35°



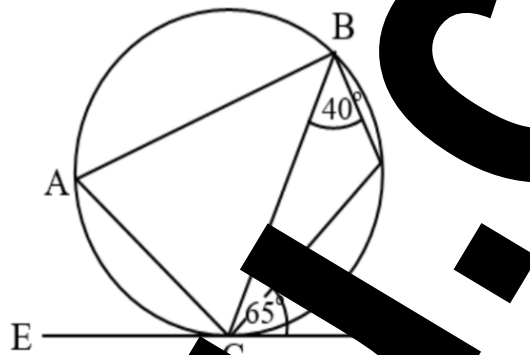
9) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 26°
- ข) 28°
- ค) 30°
- ง) 32°



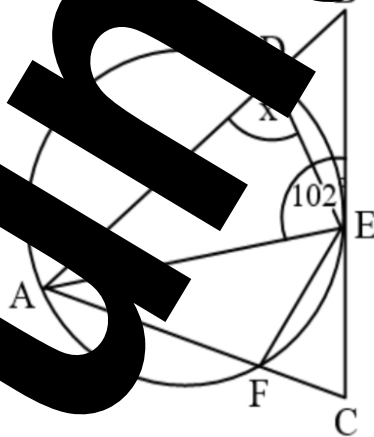
10) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 20°
- ข) 25°
- ค) 30°
- ง) 35°



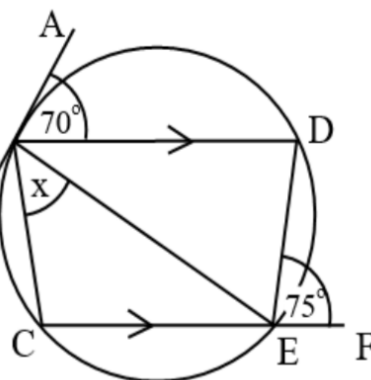
11) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 78°
- ข) 76°
- ค) 74°
- ง) 72°

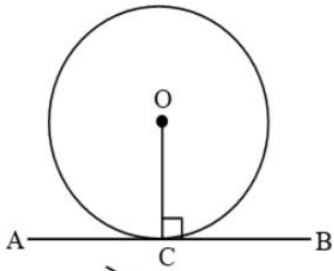


12) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 35°
- ข) 40°
- ค) 45°
- ง) 50°

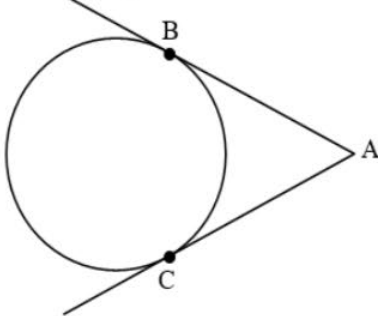


คุณสมบัติที่ 7



เส้นสัมผัสของวงกลมจะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส

จะได้ ; $\overline{OC} \perp \overline{AB}$

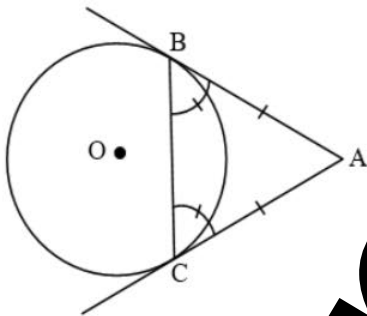


เส้นสัมผัสที่ลากจากจุดภายนอกวงกลมถึงจุดสัมผัสของวงกลม

เดียวกันย่อมยาวเท่ากัน

จะได้ ; $\overline{AB} = \overline{AC}$

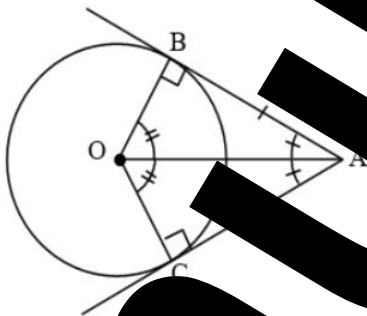
เพิ่มเติม



\overline{AB} และ \overline{AC} เป็นเส้นสัมผัสของวงกลม O ที่จุด B และ C ตามลำดับ $\overline{AB} = \overline{AC}$ และ $\overline{OB} = \overline{OC}$ จะทำให้สามเหลี่ยมหน้าจั่ว ABC

และจะได้ ; $\angle B = \angle C$

จะได้ ; $\angle ABC = \angle ACB$



\overline{AB} และ \overline{AC} เป็นเส้นสัมผัสของวงกลม O ที่จุด B และ C

$\overline{AB} = \overline{AC}$ และ $\overline{OB} = \overline{OC}$ ตั้งฉากกับ \overline{AB} และ \overline{AC} เมื่อลากส่วน

รัศมีตรง OA จะแบ่งครึ่งมุม $\angle BOC$ และ $\angle BAC$ และจะทำให้เกิด

สามเหลี่ยม 2 รูป ที่เท่ากันทุกประการ คือ สามเหลี่ยม ABO กับ ACO

จะได้ ; $\angle BOA = \angle COA$, $\angle BAO = \angle CAO$

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส



กำหนดให้ สามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

\overline{AB} ยาว c หน่วย , \overline{BC} ยาว a หน่วย , \overline{AC} ยาว b หน่วย

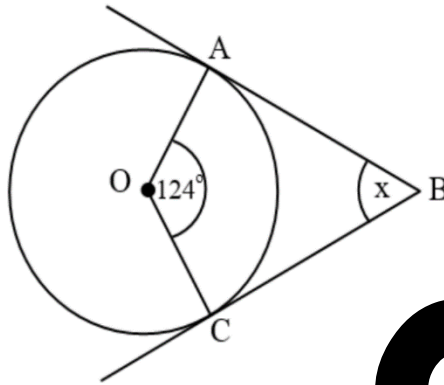
จะได้ ; $a^2 + b^2 = c^2$

แบบฝึกหัดที่ 7

๑ ตอนที่ 1

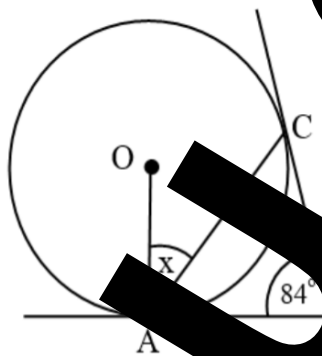
1) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 56°
- ข) 60°
- ค) 62°
- ง) 64°



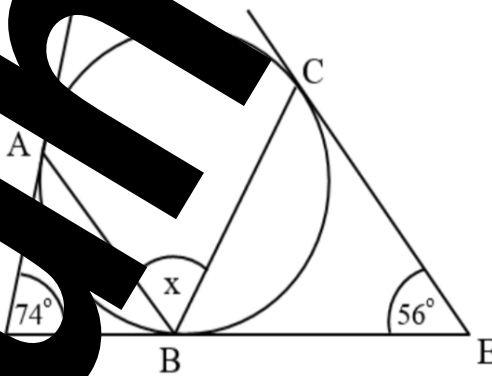
2) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 42°
- ข) 44°
- ค) 46°
- ง) 48°



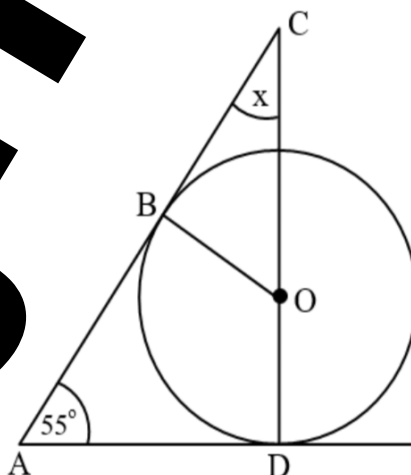
3) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 56°
- ข) 65°
- ค) 74°
- ง) 78°



4) จากรูป จงหาค่า x

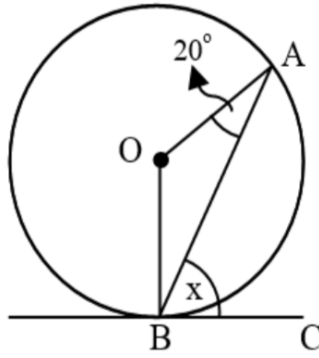
- ก) 55°
- ข) 65°
- ค) 45°
- ง) 35°



ajnunnu.com

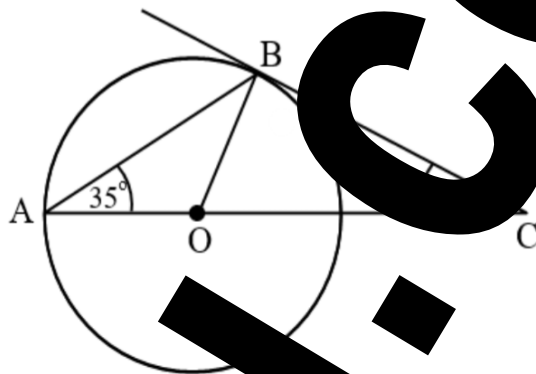
5) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 70°
- ข) 65°
- ค) 60°
- ง) 40°



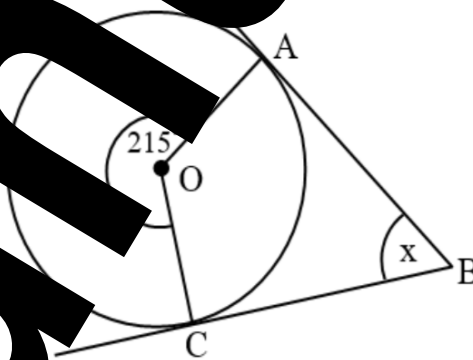
6) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 10°
- ข) 15°
- ค) 20°
- ง) 25°



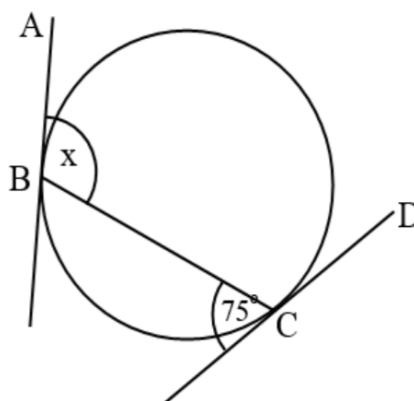
7) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 30°
- ข) 35°
- ค) 40°
- ง) 45°



8) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 150°
- ข) 100°
- ค) 115°
- ง) 95°

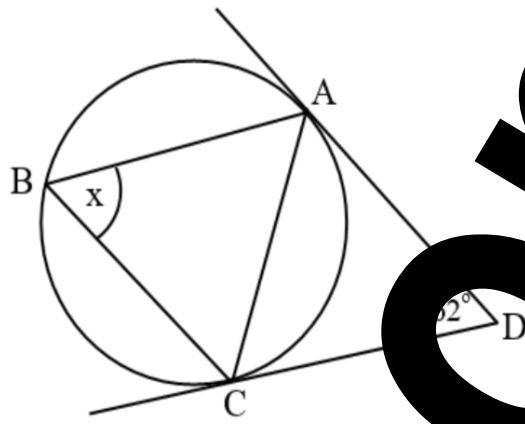


ajnunui.com

๑ ตอนที่ 2

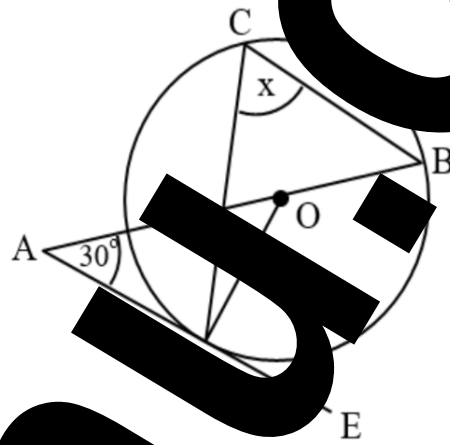
1) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 62°
- ข) 60°
- ค) 59°
- ง) 56°

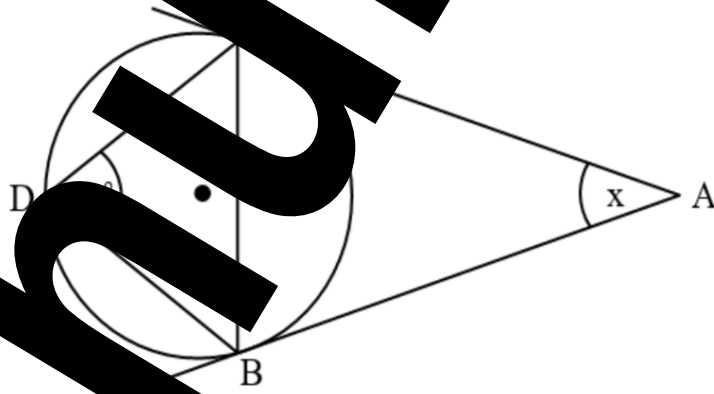


2) จากรูป จงหาค่า x

- ก) 30°
- ข) 40°
- ค) 50°
- ง) 60°

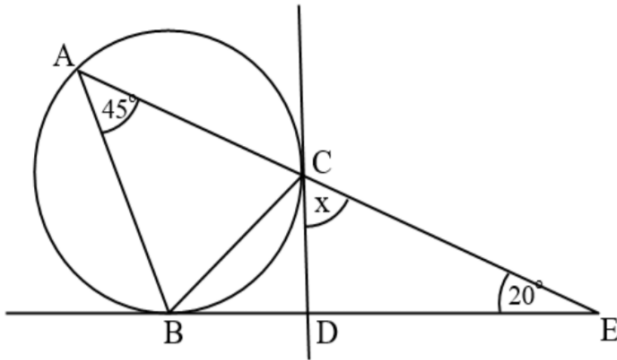


3) จากรูป จงหาค่า x



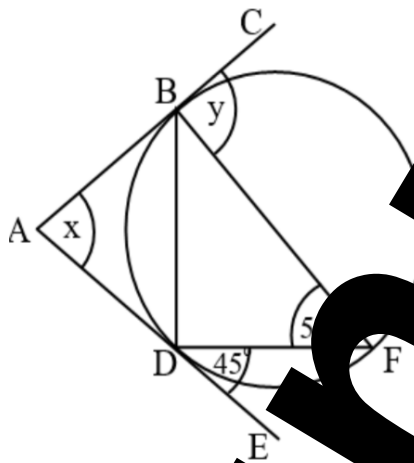
- ก) 40°
- ข) 30°
- ค) 20°
- ง) 10°

4) จากรูป จงหาค่า x



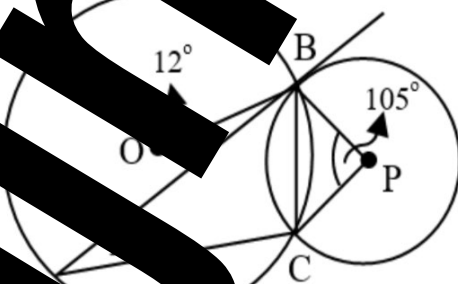
- ก) 70° ข) 65° ค) 60° ง) 55°

5) จากรูป จงหาค่า $x + y$



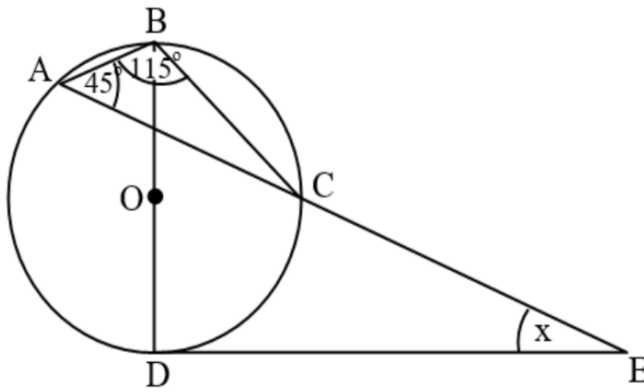
- ก) 100° ข) 120° ค) 140° ง) 150°

6) จากรูป วงกลม 1 และ 2 เป็นวงกลมสัมผัสกัน จงหาค่า x



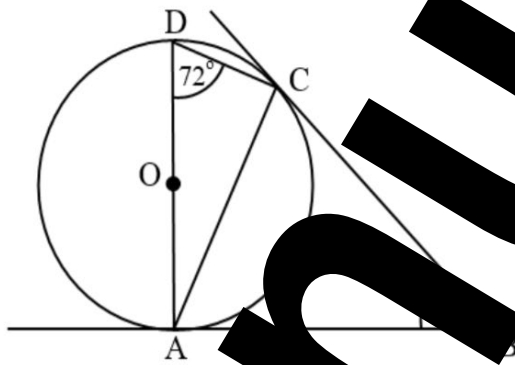
- ข) 28.75° ค) 32.5° ง) 38°

7) จากรูป จงหาค่า x



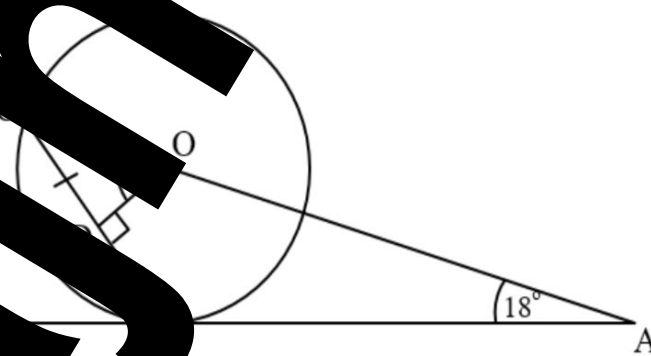
- ก) 20° ข) 25° ค) 30° ง) 35°

8) จากรูป จงหาค่า x



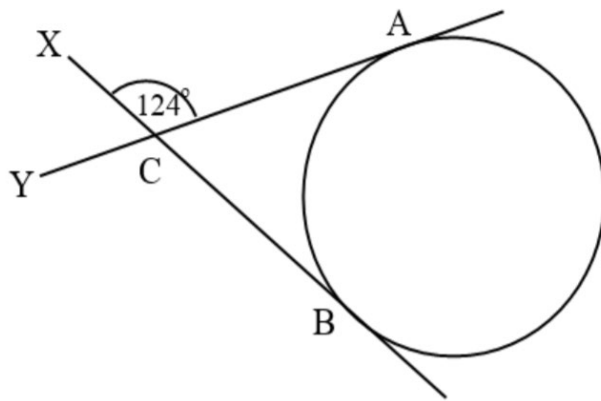
- ก) 36° ข) 38° ค) 42° ง) 44°

9) จากรูป จงหาค่า x กำหนดให้ AB เป็นเส้นสัมผัส ของวงกลมที่จุด B



- ก) 42° ข) 56° ค) 58° ง) 62°

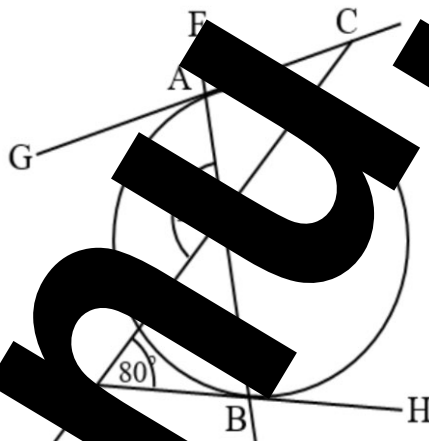
10) จากรูป จงหาค่าของ \hat{CAB}



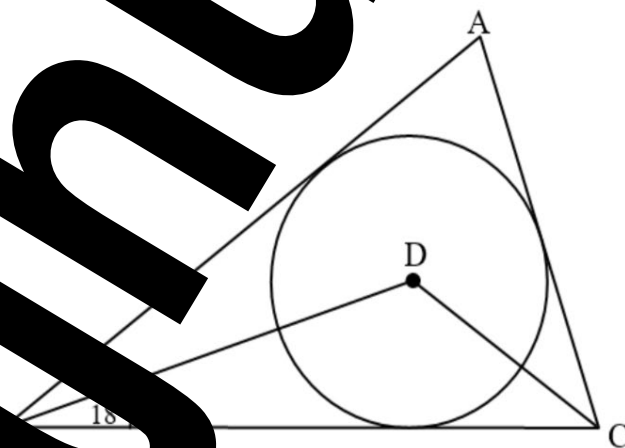
- ก) 56° ข) 62° ค) 64° ง) 68°

11) จากรูป จงหาขนาดของ $\hat{ACE} + \hat{FAG}$

- ก) 150°
 ข) 160°
 ค) 170°
 ง) 175°



12) จากรูป กำหนดให้ $\widehat{AB} = 18^\circ$ จงหาค่าของมุม \hat{BAC}

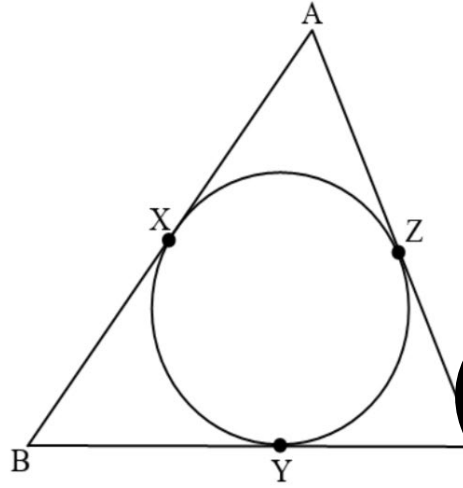


- ก) 2° ข) 76° ค) 78° ง) 82°

๓ ตอนที่ 3

1) จากรูป กำหนดให้ \overline{AB} ยาว 12 หน่วย, \overline{AC} ยาว 10 หน่วย, \overline{BC} ยาว 8 หน่วย จงหา

- ก) 4 หน่วย
- ข) 5 หน่วย
- ค) 6 หน่วย
- ง) 7 หน่วย

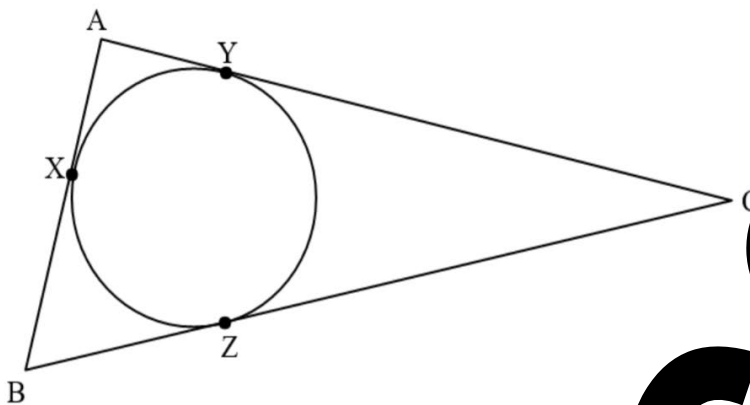


2) จากรูป จงหารัศมีของวงกลม O ยาวกี่หน่วย (ให้ \overline{AB} ยาว 10 หน่วย, \overline{BC} ยาว 24 หน่วย)



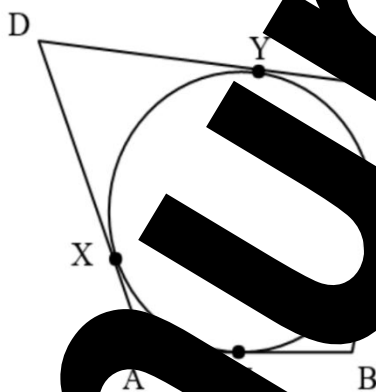
- ก) 3 หน่วย
- ข) 4 หน่วย
- ค) 5 หน่วย
- ง) 6 หน่วย

- 3) จากรูป กำหนดให้สามเหลี่ยม ABC มีวงกลมแนบอยู่ข้างใน ถ้าความยาวรอบรูปของสามเหลี่ยม ABC เท่ากับ 42 หน่วย, \overline{BX} ยาว 6 หน่วย จงหาค่าของ \overline{AC} ว่ายาวเท่าไร



- ก) 10 หน่วย
ข) 15 หน่วย
ค) 16 หน่วย
ง) 17 หน่วย

- 4) จากรูป ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีวงกลมแนบใน ถ้าความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมเท่ากับ 42 หน่วย และ \overline{AB} ยาว 10 หน่วย จงหาค่าของ \overline{CD}

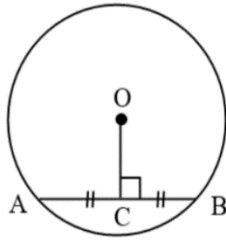


- ก) 10 หน่วย
ข) 11 หน่วย
ค) 12 หน่วย
ง) 13 หน่วย

ajnunnu.com

คุณสมบัติที่ 8

ถ้าลากส่วนของเส้นตรงจากจุดศูนย์กลางของวงกลมไปตั้งฉากกับคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นศูนย์กลางแล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด



จะได้ ;

$$\overline{AC} = \overline{BC}$$

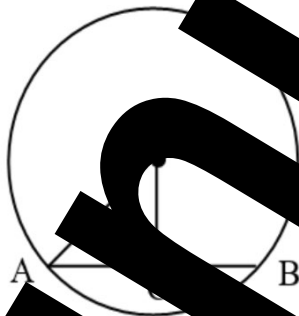
เสริม

คอร์ด 2 คอร์ดที่ยาวเท่ากัน จะมีระยะห่างจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะเท่ากัน ในทางกลับกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดมีระยะห่างจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะเท่ากันแล้วคอร์ดทั้งสองคอร์ดนั้นจะยาวเท่ากันด้วย

แบบฝึกหัดที่ 8

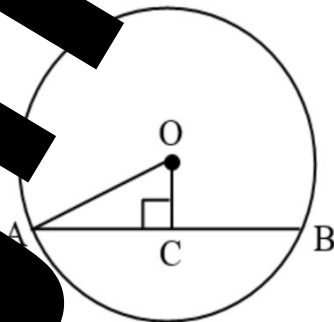
1) จากรูป \overline{OC} ยาว 6 หน่วย, \overline{AB} ยาว 16 หน่วย จงหา \overline{AC} ยาวเท่าไร

- ก) 6 หน่วย
- ข) 8 หน่วย
- ค) 10 หน่วย
- ง) 12 หน่วย



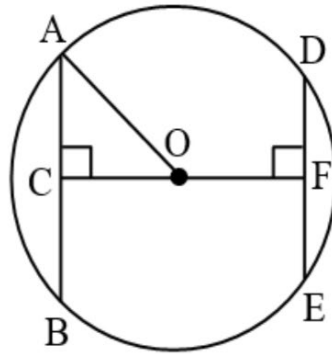
2) จากรูป \overline{OA} ยาว 17 หน่วย, \overline{OC} ยาว 8 หน่วย จงหา \overline{AB} ยาวเท่าไร

- ก) 17 หน่วย
- ข) 18 หน่วย
- ค) 16 หน่วย
- ง) 26 หน่วย



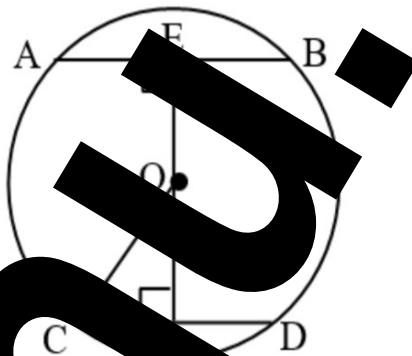
3) จากรูป \overline{AB} ยาว 48 หน่วย, \overline{AO} ยาว 40 หน่วย, \overline{CF} ยาว 56 หน่วย จงหา \overline{DE} ยาวเท่าไร

- ก) 48 หน่วย
- ข) 54 หน่วย
- ค) 64 หน่วย
- ง) 70 หน่วย



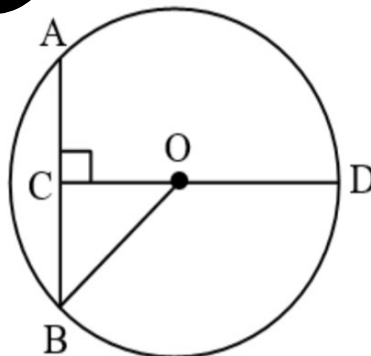
4) จากรูป $\overline{AB} = \overline{CD} = 12$ หน่วย, $\overline{EF} = 5$ หน่วย, จงหา \overline{OC} ยาวเท่าไร

- ก) 5.5 หน่วย
- ข) 6 หน่วย
- ค) 6.5 หน่วย
- ง) 7 หน่วย



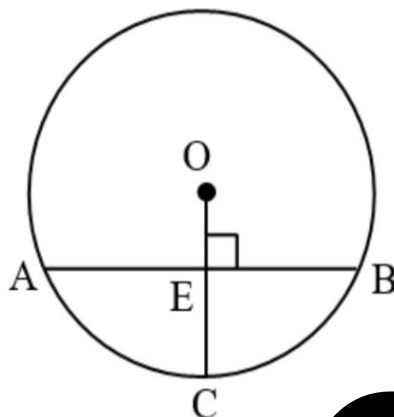
5) จากรูป $\overline{AB} = \overline{CD} = 12$ หน่วย จงหา \overline{OB} ยาวเท่าไร

- ก) 8
- ข) 10 หน่วย
- ค) 12
- ง) 15 หน่วย



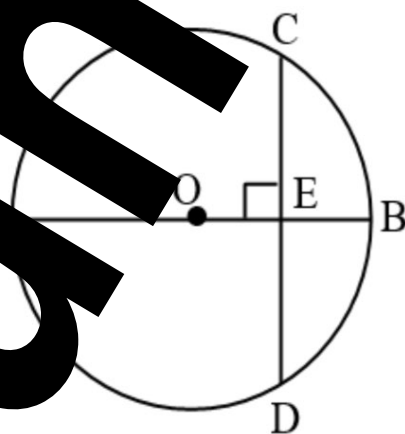
6) จากรูป $\overline{AB} = 24$ หน่วย, \overline{EC} ยาว 8 หน่วย จงหา ความยาวรัศมีวงกลม ขวากี่หน่วย

- ก) 12 หน่วย
- ข) 13 หน่วย
- ค) 14 หน่วย
- ง) 15 หน่วย



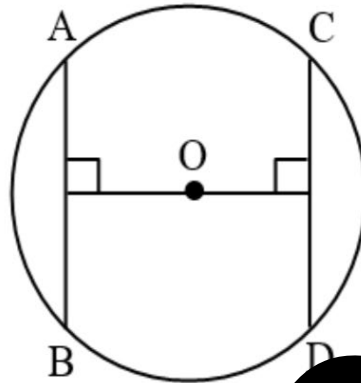
7) จากรูป $\overline{AB} = 10$ หน่วย, $\overline{EB} = 2$ หน่วย จงหา \overline{OE} ยาวเท่าไร

- ก) 2 หน่วย
- ข) 2.5 หน่วย
- ค) 3 หน่วย
- ง) 4 หน่วย



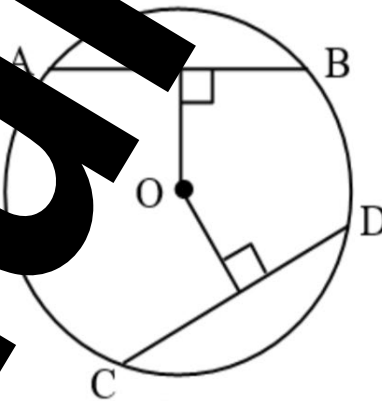
8) จากรูป $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ และยาวเท่ากันคือ 16 หน่วย อยู่ห่างกัน 12 หน่วย จงหารัศมีของวงกลม

- ก) 6 หน่วย
- ข) 8 หน่วย
- ค) 10 หน่วย
- ง) 12 หน่วย



9) ให้ $\overline{AB} = 48$ หน่วย, $\overline{CD} = 40$ หน่วย และ \overline{AB} อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลาง 15 หน่วย แล้ว \overline{AB} อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางกี่หน่วย

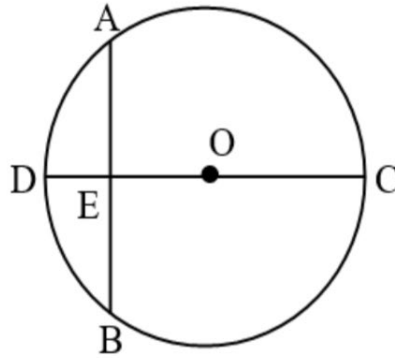
- ก) 7 หน่วย
- ข) 8 หน่วย
- ค) 10 หน่วย
- ง) 12 หน่วย



ajnununu.com

10) $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ ที่จุด E, $\overline{AB} = 40$ หน่วย, $\overline{DE} = 8$ หน่วย จงหา \overline{CD} ยาวเท่าไร

- ก) 54 หน่วย
- ข) 56 หน่วย
- ค) 58 หน่วย
- ง) 60 หน่วย



ajnununu.com