



# อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

## แนะนำอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

เครื่องหมายแทนความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากันในทางคณิตศาสตร์มีดังนี้

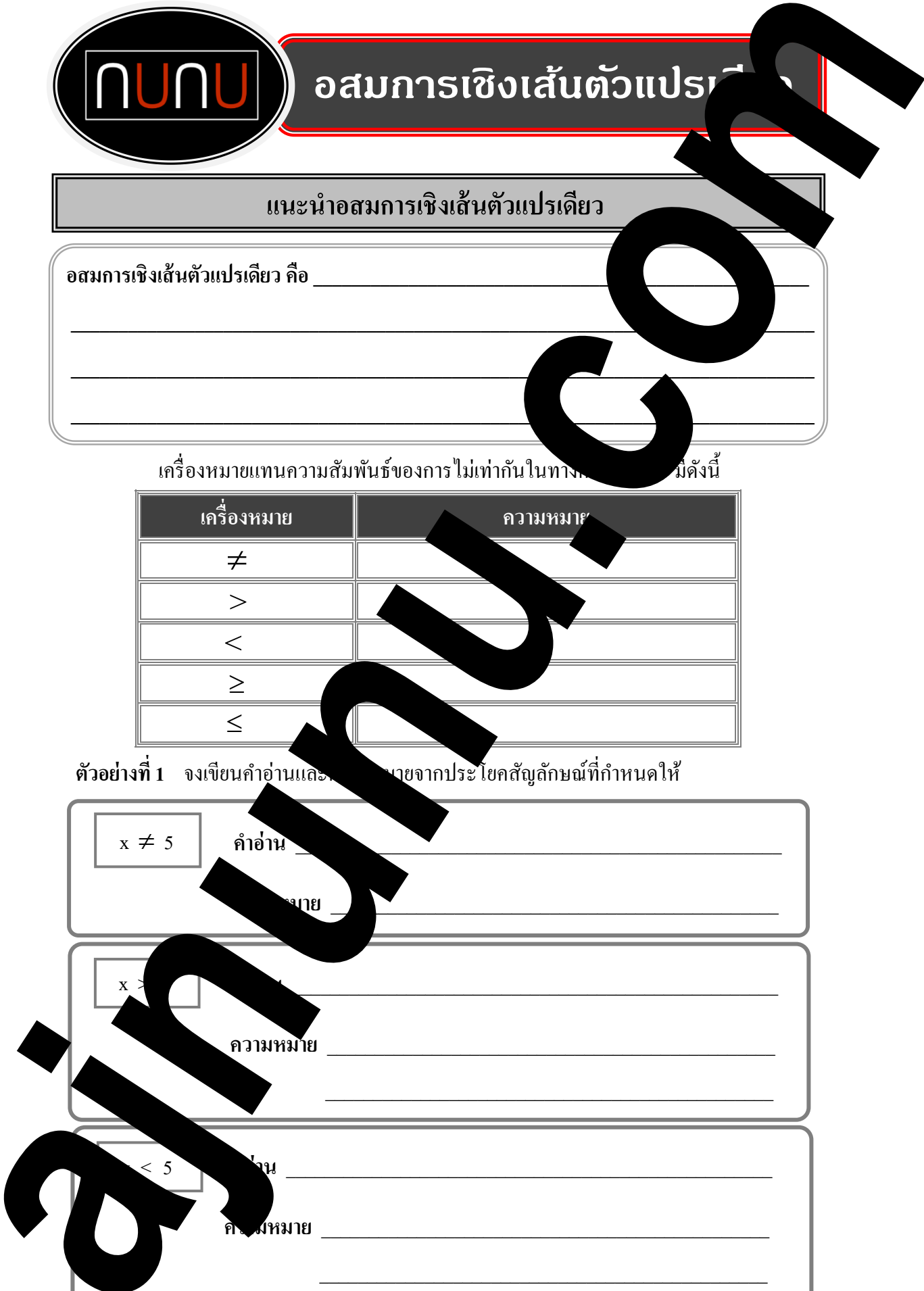
| เครื่องหมาย | ความหมาย |
|-------------|----------|
| $\neq$      |          |
| $>$         |          |
| $<$         |          |
| $\geq$      |          |
| $\leq$      |          |

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนคำอ่านและคำความหมายจากประโยคสัญลักษณ์ที่กำหนดให้

$x \neq 5$  คำอ่าน \_\_\_\_\_  
 ความหมาย \_\_\_\_\_

$x > 5$  คำอ่าน \_\_\_\_\_  
 ความหมาย \_\_\_\_\_

$x < 5$  คำอ่าน \_\_\_\_\_  
 ความหมาย \_\_\_\_\_



$x \geq 5$

คำอ่าน \_\_\_\_\_

ความหมาย \_\_\_\_\_ , \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ , \_\_\_\_\_

$x \leq 5$

คำอ่าน \_\_\_\_\_

ความหมาย \_\_\_\_\_ , \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ , \_\_\_\_\_

$2 < x < 5$

คำอ่าน \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

ความหมาย \_\_\_\_\_ , \_\_\_\_\_

$2 \leq x \leq 5$

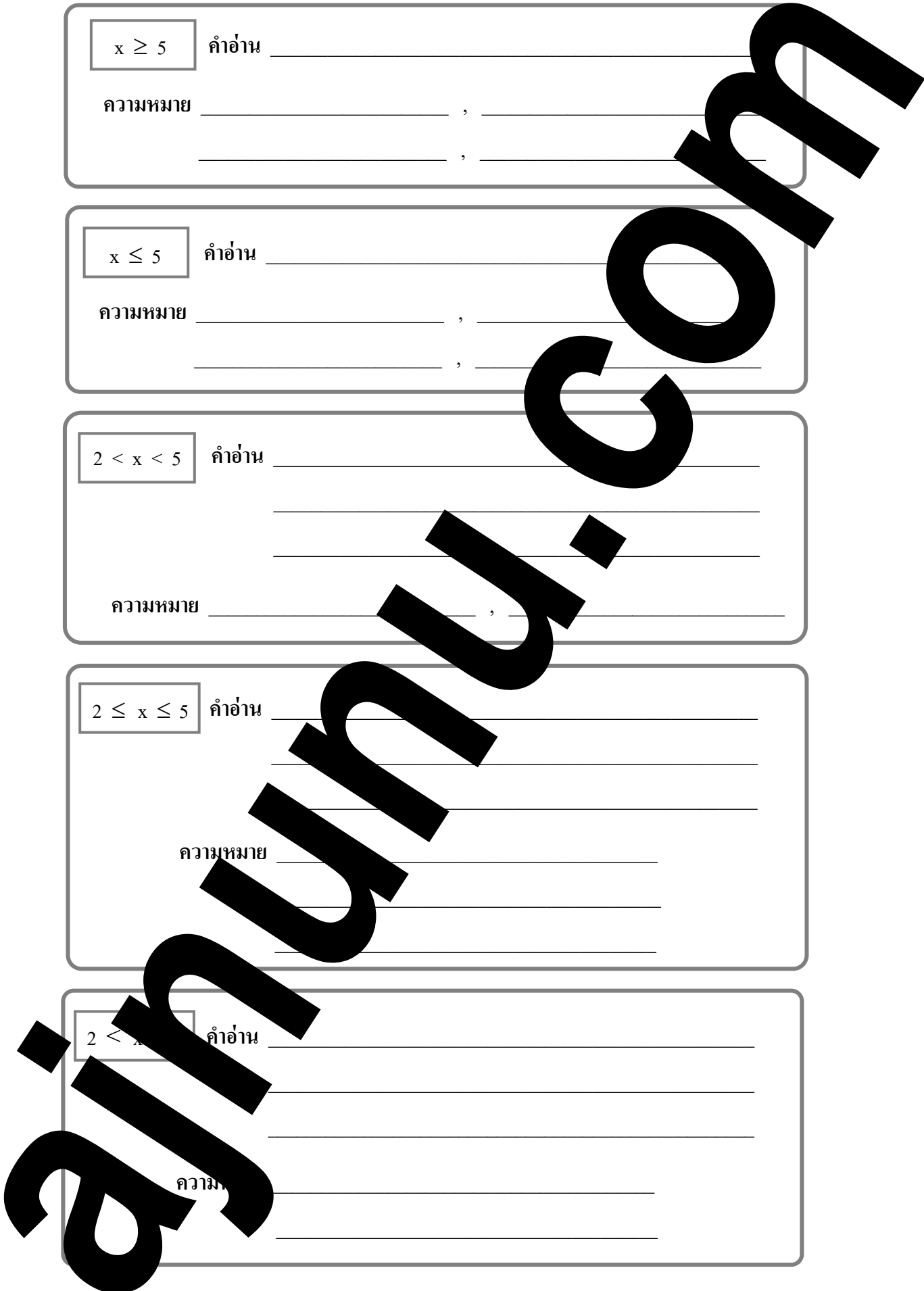
คำอ่าน \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

ความหมาย \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

$2 < x$

คำอ่าน \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

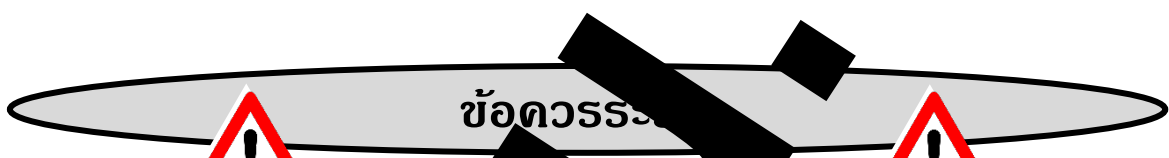
ความหมาย \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_



**หมายเหตุ**

ประโยคภาษาอสมการหนึ่งประโยคนั้น อาจเขียนอยู่ในรูปแบบประโยคสัญลักษณ์โดยใช้เครื่องหมายอสมการที่ต่างกันออกมาได้ 2 รูปแบบ โดยที่ความหมายของประโยคหนึ่งนั้น เหมือนเดิม ดังนี้

| ประโยคภาษาอสมการ             | ประโยคสัญลักษณ์ แบบที่ 1 | ประโยคสัญลักษณ์ แบบที่ 2 |
|------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $x$ ไม่มากกว่า 8             |                          |                          |
| $x$ ไม่น้อยกว่า 8            |                          |                          |
| $x$ ไม่มากกว่าหรือเท่ากับ 8  |                          |                          |
| $x$ ไม่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 8 |                          |                          |



ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนแต่ละประโยคต่อไปนี้

1) ผลบวกของห้ากับสิบมากกว่าเก้า

\_\_\_\_\_

2) ผลต่างของสิบสี่กับแปดน้อยกว่าเจ็ด

\_\_\_\_\_

3) 5 เท่าของจำนวนหนึ่งมากกว่าสิบ

\_\_\_\_\_

4) ผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสิบสองไม่น้อยกว่าสิบ

\_\_\_\_\_

5) เศษห้าส่วนเจ็ดของผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสิบ

\_\_\_\_\_

6) สามเท่าของผลต่างของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสิบแปด

\_\_\_\_\_

จากตัวอย่างข้างต้น ข้อ 2 เป็น \_\_\_\_\_

ข้อ 3 เป็น \_\_\_\_\_



**แบบฝึกหัดที่ 1**

จงเขียนประโยคที่ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนแต่ละประโยคต่อไปนี้

กำหนดให้  $x$  แทนจำนวนจำนวนหนึ่ง

|   |   |
|---|---|
| 1) จำนวนจำนวนหนึ่งน้อยกว่า 10                               | 2) จำนวนจำนวนหนึ่งมากกว่า 17                          |
| 3) จำนวนจำนวนหนึ่งต่ำกว่า 8                                 | 4) จำนวนจำนวนหนึ่งน้อยกว่า 2                          |
| 5) จำนวนจำนวนหนึ่งมากกว่าหรือเท่ากับ 5                      | 6) จำนวนจำนวนหนึ่งน้อยกว่าหรือเท่ากับ 11              |
| 7) จำนวนจำนวนหนึ่งไม่น้อยกว่า 35                            | 8) จำนวนจำนวนหนึ่งไม่เกิน 18                          |
| 9) จำนวนจำนวนหนึ่งไม่ต่ำกว่า 6                              | 10) จำนวนจำนวนหนึ่งไม่มากกว่า 18                      |
| 11) จำนวนจำนวนหนึ่งไม่ถึงเท่ากับ 5                          | 12) จำนวนจำนวนหนึ่งไม่ใช่ 7                           |
| 13) จำนวนจำนวนหนึ่งน้อยกว่า 5 นี้คือมากกว่า 7               | 14) ผลบวกของจำนวนหนึ่งกับ 7 มากกว่า 12                |
| 15) ผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสิบ<br>น้อยกว่าหรือเท่ากับ 20 | 16) จำนวนจำนวนหนึ่งรวมกับ 5 มากกว่าหรือ<br>เท่ากับ 30 |
| 17) ผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 30<br>ไม่น้อยกว่า 45         | 18) จำนวนจำนวนหนึ่งลบด้วย 12 มีค่าต่ำ<br>กว่า 20      |

หน้า 6 - 8  
มีในเอกสารตัวเต็ม

**คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว**

**อสมการมี 2 แบบ คือ**

**1) อสมการที่ไม่มีตัวแปร**

สำหรับอสมการที่ไม่มีตัวแปร อสมการนั้นอาจเป็นอสมการที่เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง เช่น

|           |                     |
|-----------|---------------------|
| $5 < 9$   | เป็นอสมการที่ _____ |
| $2 > 11$  | เป็นอสมการที่ _____ |
| $-7 < -2$ | เป็นอสมการที่ _____ |
| $-8 > -3$ | เป็นอสมการที่ _____ |

**2) อสมการที่มีตัวแปร**

อสมการที่มีตัวแปรนั้น ยังไม่สามารถบอกได้ว่าเป็นจริงหรือไม่เป็นจริง เช่น

$$x + 7 < 18$$

ยังไม่สามารถบอกได้ว่าอสมการนี้เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง เพราะขึ้นอยู่กับค่า  $x$  ที่จะแทนลงไป

|                   |                       |                                |                         |
|-------------------|-----------------------|--------------------------------|-------------------------|
| ถ้าแทน $x$ ด้วย 2 | ในอสมการ $x + 7 < 18$ | จะได้ $2 + 7 < 18$ ;<br>จริง ; | ซึ่งเป็นอสมการที่ _____ |
| ถ้าแทน $x$ ด้วย 8 | ในอสมการ $x + 7 < 18$ | จะได้ $8 + 7 < 18$ ;<br>เท็จ ; | ซึ่งเป็นอสมการที่ _____ |
| ถ้าแทน $x$ ด้วย - | ในอสมการ $x + 7 < 18$ | จะได้ $- + 7 < 18$ ;<br>เท็จ ; | ซึ่งเป็นอสมการที่ _____ |
| ถ้าแทน $x$ ด้วย 5 | ในอสมการ $x + 7 < 18$ | จะได้ $5 + 7 < 18$ ;<br>จริง ; | ซึ่งเป็นอสมการที่ _____ |

สมการที่มีตัวแปรในตำแหน่งตัวแปรของอสมการแล้วทำให้ได้สมการที่เป็นจริง  
เรียกจำนวนนั้นว่า \_\_\_\_\_

หน้า 10 - 13  
มีในเอกสารตัวเต็ม



## การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

สำหรับหัวข้อนี้จะทำการศึกษาเกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวซึ่งแบ่งออกได้เป็น 2 วิธี

### วิธีที่ 1 การแก้สมการโดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน

ก่อนอื่นเราต้องมาศึกษากันก่อนว่า สมบัติการไม่เท่ากันนั้นมีสมบัติใดบ้าง

#### สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน

เมื่อ  $a, b, c$  แทนจำนวนจริงใด

ถ้า  $a < b$  แล้ว  $a + c < b + c$

ถ้า  $a \leq b$  แล้ว  $a + c \leq b + c$

ถ้า  $a > b$  แล้ว  $a + c > b + c$

ถ้า  $a \geq b$  แล้ว  $a + c \geq b + c$

**ตัวอย่าง** ถ้า  $6 < 13$  แล้ว  $6 + 5$  \_\_\_\_\_  $13 + 5$   
 จะได้ ; \_\_\_\_\_ 18

ถ้า  $-3 > -9$  แล้ว  $-3 +$  \_\_\_\_\_  $-9 + 3$   
 จะได้ ; \_\_\_\_\_ -6

ถ้า  $10$  \_\_\_\_\_  $10 + 2$   
 จะได้ ;  $x + 2$  \_\_\_\_\_ 12

\_\_\_\_\_  $12$  แล้ว  $k + 3$  \_\_\_\_\_  $12 + 3$   
 จะได้ ;  $k + 3$  \_\_\_\_\_ 15

#### หมายเหตุ

ถ้าสมการทั้งสองข้างของสมการ อาจจะเป็นจำนวนบวกหรือจำนวนลบ  
 ในกรณีที่สมการเป็นจำนวนลบ มีความหมายเหมือนกับนำจำนวนบวกมาลบ  
 ออกไปจากจำนวนทั้งสองข้างของสมการ

เช่น ถ้า  $a < b$  แล้ว \_\_\_\_\_  
 จะได้ ; \_\_\_\_\_



สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน

เมื่อ  $a, b$  แทนจำนวนจริงใดๆ และ  $c$  แทนจำนวนจริงบวก

กรณี  
ที่ 1

- ถ้า  $a < b$  แล้ว  $ac < bc$
- ถ้า  $a \leq b$  แล้ว  $ac \leq bc$
- ถ้า  $a > b$  แล้ว  $ac > bc$
- ถ้า  $a \geq b$  แล้ว  $ac \geq bc$

**ตัวอย่าง**

|                 |         |                 |               |
|-----------------|---------|-----------------|---------------|
| ถ้า $7 < 9$     | แล้ว    | $7 \times 3$    | $9 \times 3$  |
|                 | จะได้ ; | $21$            | $27$          |
| ถ้า $5 > -8$    | แล้ว    | $5 \times 4$    | $-8 \times 4$ |
|                 | จะได้ ; | $20$            | $-32$         |
| ถ้า $x \leq 10$ | แล้ว    | $x \times 5$    | $10 \times 5$ |
|                 | จะได้ ; | $5x$            | $50$          |
| ถ้า $m \geq -4$ | แล้ว    | $m \times (-4)$ | $-4 \times 9$ |
|                 | จะได้ ; | $-4m$           | $-36$         |

หมายเหตุ

จำนวนที่นำมาคูณทั้งสองข้างของอสมการ อาจจะเป็นจำนวนจริงบวกที่เป็นจำนวนเต็มหรือไม่ใช่จำนวนเต็มก็ได้ ในกรณีที่คูณด้วยส่วนกลับของจำนวนนั้นๆ มีความหมายเหมือนกับนำจำนวนมาหารจำนวนทั้งสองข้างของอสมการ

เช่น ถ้า  $a < b$  แล้ว  $a \times \frac{1}{c} < b \times \frac{1}{c}$  จะได้ ; \_\_\_\_\_



เมื่อ  $a, b$  แทนจำนวนจริงใดๆ และ  $c$  แทนจำนวนจริงลบ

**กรณี  
ที่ 2**

- ถ้า  $a < b$  แล้ว  $ac > bc$
- ถ้า  $a \leq b$  แล้ว  $ac \geq bc$
- ถ้า  $a > b$  แล้ว  $ac < bc$
- ถ้า  $a \geq b$  แล้ว  $ac \leq bc$

**ตัวอย่าง**

|                 |        |          |       |            |
|-----------------|--------|----------|-------|------------|
| ถ้า $7 < 9$     | แล้ว   | $7x - 5$ | _____ | $5$        |
|                 | จะได้; | $-35$    | _____ | $-4$       |
| ถ้า $5 > -8$    | แล้ว   | $5x -$   | _____ | $-8x$      |
|                 | จะได้; | $-5$     | _____ | $8$        |
| ถ้า $x \leq 10$ | แล้ว   | $x - 7$  | _____ | $10x - 7$  |
|                 | จะได้; | $-7x$    | _____ | $-70$      |
| ถ้า $m \geq -4$ | แล้ว   | $m$      | _____ | $-4x - 10$ |
|                 |        | $-10m$   | _____ | $40$       |

จำนวนที่นำมาคูณทั้งข้างบวกและลบของอสมการจะเป็นจำนวนจริงลบที่เป็นจำนวนเต็มหรือไม่ใช่จำนวนเต็มก็ตาม กรณีที่คุณคูณด้วยส่วนกลับของจำนวนนั้นๆ มีความหมายเหมือนคูณด้วยจำนวนนั้นๆ หรือจำนวนทั้งสองข้างของอสมการ

เช่น ถ้า  $a < b$  แล้ว \_\_\_\_\_



หน้า 17-21  
มีในเอกสารตัวเต็ม

**วิธีที่ 2** การแก้สมการโดยการย้ายข้าง

การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยการย้ายข้างนั้น มีหลักการเช่นเดียวกันกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

**“ทั้งนี้ทั้งนั้นหากนักเรียนยังไม่เข้าใจหลักการในการย้ายข้างแบบนี้แล้วนั้น แนะนำให้ทำการทบทวนการย้ายข้างของการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวให้เข้าใจเสียก่อน แล้วค่อยมาทำแบบฝึกหัดการแก้สมการโดยการย้ายข้าง”**

**หลักการในการแก้สมการโดยการย้ายข้าง**

ย้าย เป็น                      ย้าย เป็น                      ย้าย เป็น                      ย้าย เป็น

จนกว่าจะได้คำตอบของอสมการในรูปของตัวแปรกับจำนวน โดยที่เครื่องหมายของอสมการ เช่น  $x < 5$  ,  $a \geq -4$  เป็นต้น

**ตัวอย่าง** จงแก้สมการที่กำหนดให้ต่อไปนี้โดยการย้ายข้าง

|                                      |                                      |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| 1) $x + 5 \neq 20$                   | 2) $x - 4 \geq -15$                  |
| กราฟคำตอบ $\leftarrow$ $\rightarrow$ | กราฟคำตอบ $\leftarrow$ $\rightarrow$ |
| 3) $4x < 48$                         | 4) $-2 > \frac{x}{5}$                |
| กราฟคำตอบ $\leftarrow$ $\rightarrow$ | กราฟคำตอบ $\leftarrow$ $\rightarrow$ |
| 5) $3x \leq 12$                      | 6) $3x + 4 \neq 13$                  |
| กราฟคำตอบ $\leftarrow$ $\rightarrow$ | กราฟคำตอบ $\leftarrow$ $\rightarrow$ |

|   |  |
|---|--|
| <p>7) <math>-21 \leq \frac{12x}{5} + 3</math></p> <p>กราฟคำตอบ <math>\longleftrightarrow</math></p> | <p>8) <math>7(2x - 3) \leq 35</math></p> <p>กราฟคำตอบ <math>\longleftrightarrow</math></p> |
| <p>9) <math>-113 &lt; 20 + 7(3y - 10)</math></p> <p>กราฟคำตอบ <math>\longleftrightarrow</math></p>  | <p>10) <math>\frac{x-5}{-2}</math></p> <p>กราฟคำตอบ <math>\longleftrightarrow</math></p>   |

**แต่ทว่า** มีหนึ่งสิ่งที่จะต้องจดจำและระวังเป็นอย่างยิ่งในการย้ายข้างก็คือ **การย้าย**

จำนวน **ลบ** ไปคูณหรือหารอีกข้างแล้วนั้น

จะต้อง **เปลี่ยนหรือกลับทิศของเครื่องหมายของ**

“**เครื่องหมาย**”

จาก \_\_\_\_\_ เป็น \_\_\_\_\_ , จาก \_\_\_\_\_ เป็น \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_ เป็น \_\_\_\_\_ , จาก \_\_\_\_\_ เป็น \_\_\_\_\_



ajnunu.com

หน้า 24 - 25  
มีในเอกสารตัวเต็ม

หมายเหตุ

1. ในการแก้สมการข้อหนึ่งๆ นั้น อาจมีทั้งการใช้วิธีคุณสมบัติการไม่เท่ากันและเข้ามาผสมผสานกันในการแก้สมการได้ด้วย

**ตัวอย่าง** จงแก้สมการที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1)  $-4x < 48$

2)  $-5x + 4 \geq -21$

3)  $2x + 1.5 < 5$



หน้า 27 - 32  
มีในเอกสารตัวเต็ม

ตัวอย่างที่ 9

$$-5 \leq \frac{1-9x}{7} < 4$$

**กรณีที่ 2**

ตัวแปรมีอยู่ที่มากกว่า 2 ตัว และอาจมีเครื่องหมายอสมการทั้ง 2 เครื่องหมาย

ตัวอย่างที่ 1

$$10 - x \leq x + 2$$

ajnunu.com

หน้า 34 - 35  
มีในเอกสารตัวเต็ม

ตัวอย่างที่ 6

$$10 - 3x \leq 5x - 6 < 5x - 11$$

5. ปัญหาที่ต้องการคำตอบของอสมการที่สอดคล้องกันมากกว่าหนึ่งอสมการนั้น เราเรียกว่า **ระบบอสมการ** โดยหลักการในการหาหาคำตอบนั้นทำได้โดยหาคำตอบของแต่ละอสมการที่ได้นั้นมาหาค่าที่ซ้ำซ้อนกัน

ตัวอย่างที่ 1

จงหาคำตอบจากอสมการดังต่อไปนี้

$$x < 28$$

และ

$$3x + 2 \geq -13$$

หน้า 37 - 38  
มีในเอกสารตัวเต็ม

แบบฝึกหัดที่ 3

ตอนที่ 1

จงแก้สมการที่กำหนดให้ต่อไปนี้

|                       |                                      |
|-----------------------|--------------------------------------|
| 1) $x + 1 \neq 4$     | 2) $7 + x > -10$                     |
| 3) $15 \geq x - 3$    | 4) $12 > x - 24$                     |
| 5) $x - 17 \geq -29$  | 6) $12 < 7 - x$                      |
| 7) $-42 \leq -x - 25$ | 8) $75 - x < 100$                    |
| 9) $x \leq 40$        | 10) $-\frac{3}{5} < \frac{6}{5} + x$ |

หน้า 40 - 72  
มีในเอกสารตัวเต็ม