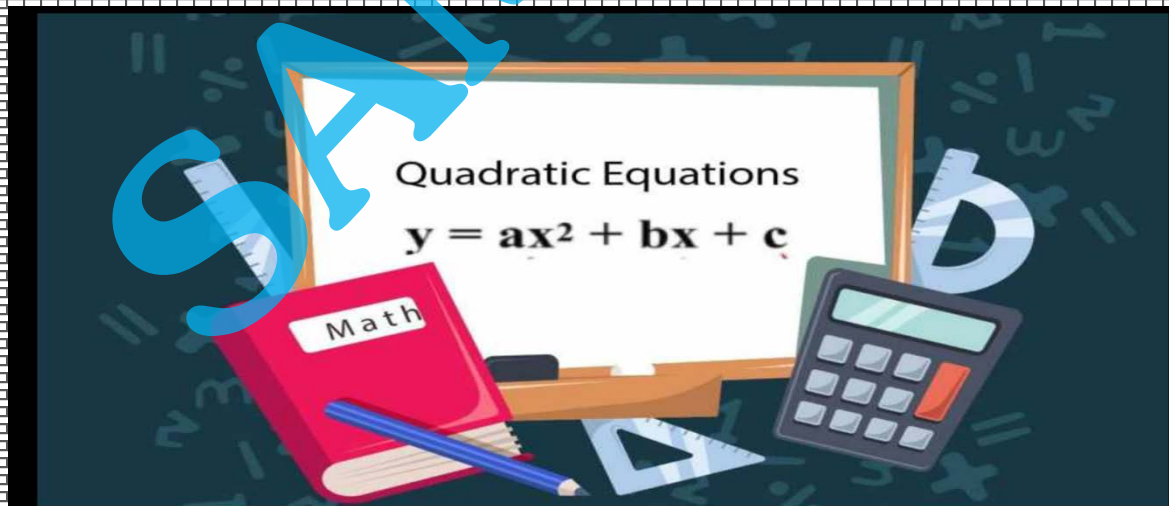




ตัวอย่างเอกสารประกอบการเรียน
วิชา คณิตศาสตร์

สมการกำลังสองตัวแปรเดียว



เอกสารนี้เผยแพร่ที่: ajnunu.com

ข้อกำหนดในการใช้เอกสาร: เอกสารประกอบการเรียนนี้เป็นผลงานการเรียบเรียงของ อ.วิษณุ วงศ์ธรรมสิริ ซึ่งได้รับความคุ้มครองตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ ผู้ที่ต้องการเผยแพร่ส่วนหนึ่งส่วนใดของเอกสารนี้ หรือใช้เอกสารนี้ในการประกอบการสอน ต้องได้รับการยินยอมเป็นลายลักษณ์อักษรก่อนเท่านั้น

สารบัญ

รูปแบบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวหน้า 1

แบบฝึกหัดที่ 1

ตอนที่ 1	หน้า 5
ตอนที่ 2	หน้า 6
ตอนที่ 3	หน้า 7
ตอนที่ 4	หน้า 8
ตอนที่ 5	หน้า 9
ตอนที่ 6	หน้า 11

การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

วิธีที่ 1

โดยการใช้การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองรูป $ax^2 + bx + c$

.....หน้า 12

แบบฝึกหัดที่ 2.1

ตอนที่ 1	หน้า 16
ตอนที่ 2	หน้า 17
ตอนที่ 3	หน้า 19
ตอนที่ 4	หน้า 21

แบบฝึกหัดที่ 2.2

ตอนที่ 1	หน้า 24
ตอนที่ 2	หน้า 28
ตอนที่ 3	หน้า 32



ข้อควรระวัง

ในการแก้สมการกำลังสองรูป $ax^2 + bx = 0$

.....หน้า 36

แบบฝึกหัดที่ 2.3

ตอนที่ 1	หน้า 37
ตอนที่ 2	หน้า 38
ตอนที่ 3	หน้า 39
ตอนที่ 4	หน้า 39
ตอนที่ 5	หน้า 40
ตอนที่ 6	หน้า 41
ตอนที่ 7	หน้า 41
ตอนที่ 8	หน้า 42
ตอนที่ 9	หน้า 43
ตอนที่ 10	หน้า 43
ตอนที่ 11	หน้า 44
ตอนที่ 12	หน้า 45
ตอนที่ 13	หน้า 45
ตอนที่ 14	หน้า 46
ตอนที่ 15	หน้า 47
ตอนที่ 16	หน้า 49

การแก้สมการในกรณีที่สมการกำลังสองอยู่ในรูป $ax^2 + c = 0$ เมื่อ $c < 0$

.....หน้า 52

แบบฝึกหัดที่ 2.4

ตอนที่ 1	หน้า 54
ตอนที่ 2	หน้า 60
ตอนที่ 3	หน้า 65
ตอนที่ 4	หน้า 72

วิธีที่ 2

โดยใช้การทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์

.....หน้า 79

แบบฝึกหัดที่ 3

.....หน้า 83

แบบฝึกหัดที่ 4.1

ตอนที่ 1	หน้า 95
ตอนที่ 2	หน้า 97
ตอนที่ 3	หน้า 98
ตอนที่ 4	หน้า 99
ตอนที่ 5	หน้า 100

แบบฝึกหัดที่ 4.2

ตอนที่ 1	หน้า 103
ตอนที่ 2	หน้า 106
ตอนที่ 3	หน้า 110





สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

จากการแก้สมการตัวแปรเดียวกำลังหนึ่งซึ่งเป็นการแก้สมการเบื้องต้นที่เราจะต้องทำการศึกษามาก่อนนั้น ต่อมา การแก้สมการที่เราจะมาทำการศึกษาในหัวข้อนี้ คือ การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

สำหรับการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวนั้นจะต้องใช้พื้นฐานของการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง เป็นพื้นฐานสำคัญ ฉะนั้น ถ้านักเรียนที่ยังไม่สามารถแยกตัวประกอบของพหุนามได้นั้นจะต้องกลับไปศึกษาหัวข้อการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองให้ชำนาญเสียก่อน จึงจะสามารถศึกษาหัวข้อนี้ได้อย่างเข้าใจ

ก่อนอื่นมาทำความเข้าใจว่า “ **รูปสมการกำลังสองตัวแปรเดียวนั้นเป็นอย่างไร ? กันดีกว่า** ”

รูปสมการกำลังสองตัวแปรเดียว

เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$

ตัวอย่างของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว

- 1) $x^2 + 4x + 3 = 0$
- 2) $3y^2 + 5y - 9 = 0$
- 3) $6m^2 - 7m = 0$
- 4) $10k^2 - 9 = 0$

หมายเหตุ

ในกรณีที่รูปสมการกำลังสองที่โจทย์กำหนดมาให้มัน ไม่อยู่ในรูปข้างต้น ต้องทำการจัดรูปของสมการใหม่ ซึ่งการจัดรูปสมการใหม่นั้นมีอยู่หลายรูปแบบหลายกรณีขึ้นอยู่กับรูปสมการที่โจทย์กำหนดมาให้ จึงขอแจกแจงออกมาเป็นกรณีๆ ดังนี้

กรณีที่ 1 จากคุณสมบัติการเท่ากัน

$A = B$ แล้ว $B = A$

ดังนั้น

แล้ว

เช่น

$0 = 3x^2 + 4x - 5$	→	<input style="width: 90%; height: 20px;" type="text"/>
$0 = m^2 + 5m$	→	<input style="width: 90%; height: 20px;" type="text"/>
$0 = 9y^2 - 64$	→	<input style="width: 90%; height: 20px;" type="text"/>

กรณีที่ 2 สมการกำลังสองนั้นต้องอยู่ในรูปของ

กล่าวคือ _____

เช่น

$21x^2 + 1 - x = 0$	→	<input type="text"/>
$-4a + 2 + 13a^2 = 0$	→	<input type="text"/>
$-1 + z + 27z^2 = 0$	→	<input type="text"/>
$16 + 7k^2 = 0$	→	<input type="text"/>
$-9n + 4n^2 = 0$	→	<input type="text"/>

กรณีที่ 3 ในกรณีที่สมการกำลังสองนั้นไม่ได้อยู่ในรูปที่ข้างใดข้างหนึ่งเป็นศูนย์ ให้ทำการย้ายข้างของพจน์เพื่อให้ข้างใดข้างหนึ่งเป็นศูนย์ โดยมักจะย้ายพจน์อื่นๆ ให้มาอยู่ข้างเดียวกับพจน์ที่มีตัวแปรกำลังสอง พร้อมทั้งเรียงดีกรีจากมากไปน้อย เช่น

$5x^2 = -8 + 7x$	$-13b = -1 - 7b^2$
$7p^2 = 25$	$-25q = -3q^2$

กรณีที่ 4 ในกรณีที่สมการกำลังสองนั้นอยู่ในรูปที่ข้างใดข้างหนึ่งเป็นศูนย์แล้ว แต่สปส.ของพจน์ที่มีตัวแปรกำลังสองนั้นติดลบ ให้นำ -1 คูณทั้งสองข้างเพื่อทำให้สปส.ของพจน์ที่มีตัวแปรกำลังสองนั้นเป็นบวก เช่น

$-8x^2 + 13x - 11 = 0$	$0 = -6y^2 + y + 9$
$-7c^2 + 25 = 0$	$0 = -3a^2 + 25a$

กรณีที่ 5 ในกรณีที่สมการกำลังสองนั้น ไม่ได้อยู่ในรูปที่ข้างใดข้างหนึ่งเป็นศูนย์ อีกทั้งสปส.ของพจน์ที่มีตัวแปรกำลังสองนั้นก็ติดลบ เราสามารถใช้การย้ายข้างเพื่อให้สปส.ของพจน์ที่มีตัวแปรกำลังสองนั้นเป็นบวก พร้อมทั้งทำให้ข้างใดข้างหนึ่งเป็นศูนย์ได้ด้วย

$$9 + x = -6x^2$$

$$-8q^2 = 4q - 5$$

$$35w = -3w^2$$

$$-7z^2 = 15$$

กรณีที่ 6 ในกรณีที่สมการที่โจทย์กำหนดมาให้ นั้น สปส.ของพจน์ที่มีตัวแปร หรือ พจน์ที่เป็นค่าคงตัว (ตัวเลข) อยู่ในรูปของเศษส่วนหรือทศนิยม ให้ทำการเปลี่ยนเป็นจำนวนเต็มเสียก่อน เช่น

$$1.5x^2 + 0.2x - 7 = 0$$

$$0.4a^2 = 0.15a - 2.2$$

$$\frac{3}{4}m^2 + \frac{m}{4} - \frac{5}{4} = 0$$

$$-\frac{1}{2} = \frac{5}{6}r^2 + \frac{7}{4}r$$

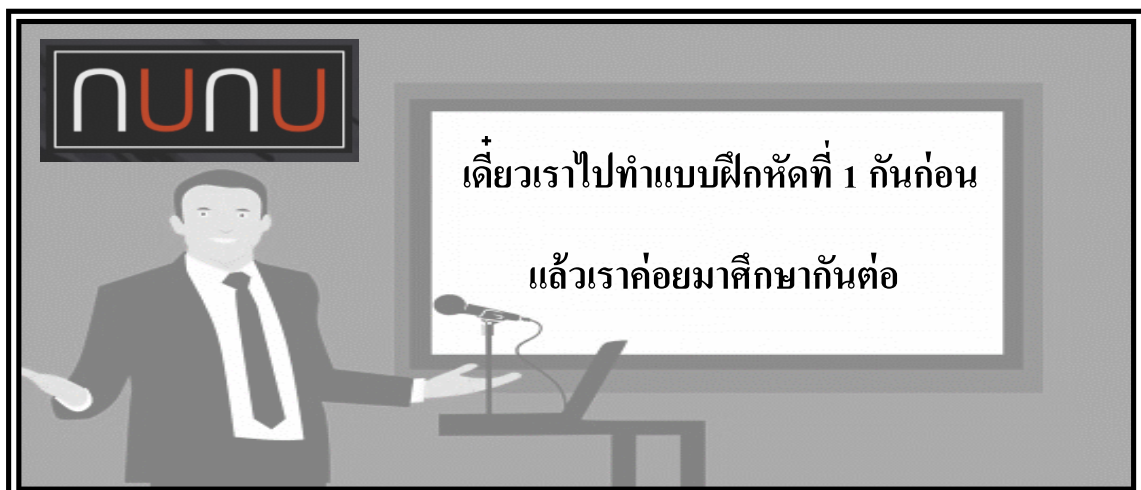
$$\frac{x^2}{4} + 0.1x - 5 = 0$$

$$\frac{7t^2}{2} + 2.3t - \frac{1}{3} = 0$$

ตัวอย่าง

จงจัดรูปสมการที่กำหนดให้ ให้อยู่ในสมการรูป $ax^2 + bx + c = 0$
โดยที่ a เป็นจำนวนเต็มที่มีค่ามากกว่าศูนย์ และ b, c เป็นจำนวนเต็ม

1) $-x + x^2 - 10 = 0$	2) $-16 - 5y^2 + 4y = 0$
3) $3z^2 = 8 + 10z$	4) $-13a + 9 = 7a^2$
5) $5b^2 = 16b$	6) $-9c = -10c^2$
7) $9d^2 = 4$	8) $-13m^2 = -7$
9) $0.3n^2 - 1.2n + 3.5 = 0$	10) $\frac{x^2}{4} + 2x - \frac{1}{3} = 0$



แบบฝึกหัดที่ 1

ตอนที่ 1 จงจัดรูปสมการที่กำหนดให้ ให้อยู่ในสมการรูป $ax^2 + bx + c = 0$ โดยที่ a เป็นจำนวนเต็มทีมากกว่าศูนย์ และ b, c เป็นจำนวนเต็ม

1) $11z^2 + 4 + 7z = 0$	2) $4x^2 - 12 - 5x = 0$
3) $-8 - 5a + a^2 = 0$	4) $21b^2 + 1 - b = 0$
5) $8 + 25p^2 + p = 0$	6) $-q - 3 + q^2 = 0$
7) $3 - s + 17s^2 = 0$	8) $-12y + 2y^2 - 1 = 0$
9) $1 + 14m^2 - m = 0$	10) $-4n + 2 + 13n^2 = 0$
11) $-13 + k^2 + 5k = 0$	12) $15j - 1 + 19j^2 = 0$
13) $6i^2 - 1 + i = 0$	14) $8w + w^2 - 3 = 0$
15) $v^2 - 1 + v = 0$	16) $-1 + x + 27x^2 = 0$
17) $-a + 22a^2 - 7 = 0$	18) $9 + 3c + 5c^2 = 0$

ตอนที่ 2

จงจัดรูปสมการที่กำหนดให้ ให้อยู่ในสมการรูป $ax^2 + bx + c = 0$ โดยที่ a เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่าศูนย์ และ b, c เป็นจำนวนเต็ม

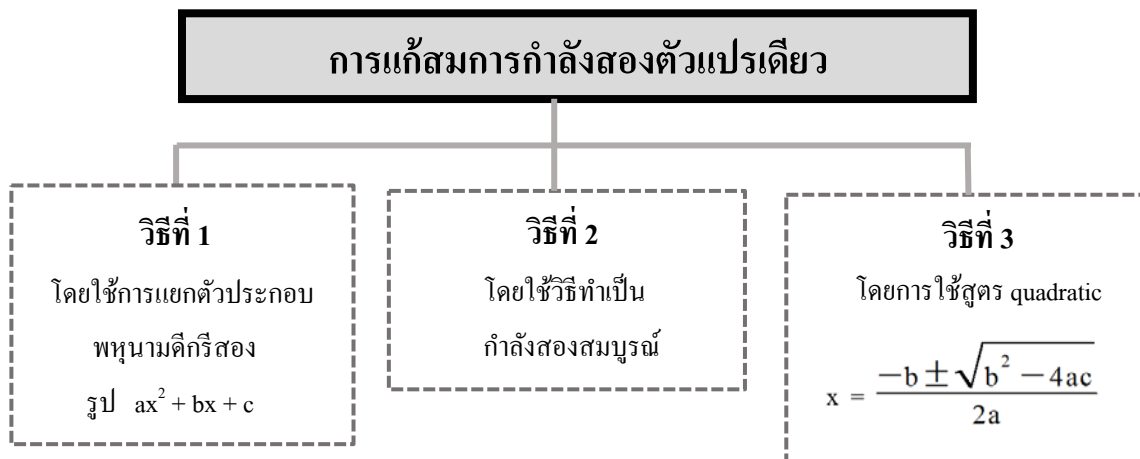
1) $0 = -c + 3c^2 - 4$	2) $0 = -5 + 3b + b^2$
3) $0 = -17 + d + 6d^2$	4) $0 = m^2 + 13 + m$
5) $7n^2 + 3n = 1$	6) $13y^2 - y = -3$
7) $-5z + z^2 = -10$	8) $-1 + 6p^2 = 4p$
9) $-5 = 14q^2 - 3q$	10) $1 = 3r^2 + r$
11) $-11 = -a + 17a^2$	12) $-b = 2b^2 - 3$
13) $21c = c^2 + 4$	14) $14x^2 = -13x + 1$
15) $m^2 = -5 + m$	16) $35t^2 = -5t + 3$
17) $-11 + 7s = s^2$	18) $-22v + 6 = 23v^2$

เอกสารหน้า

7 - 12

มีในเอกสารตัวเต็ม

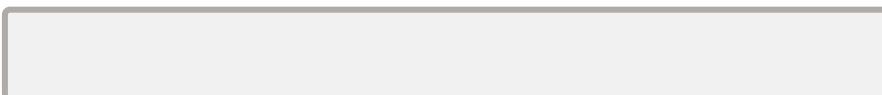
แบ่งวิธีการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวได้ดังนี้



วิธีที่ 1 โดยใช้การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองรูป $ax^2 + bx + c$

เป็นการนำแนวคิดเรื่องการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เราต้องมีพื้นฐานมาก่อนหน้านี้มาใช้ในการแยกตัวประกอบเพื่อหาคำตอบของสมการ มีขั้นตอนดังนี้

- ขั้นตอนที่ 1 แยกตัวประกอบของพหุนามที่อยู่ในสมการ
- ขั้นตอนที่ 2 ใช้คุณสมบัติของจำนวนจริงในการแก้สมการ ดังต่อไปนี้



ตัวอย่างที่ 1	จงแก้สมการของ	$x^2 + 8x + 15 = 0$
วิธีทำ		
ตัวอย่างที่ 2	จงแก้สมการของ	$x^2 - 3x - 28 = 0$
วิธีทำ		

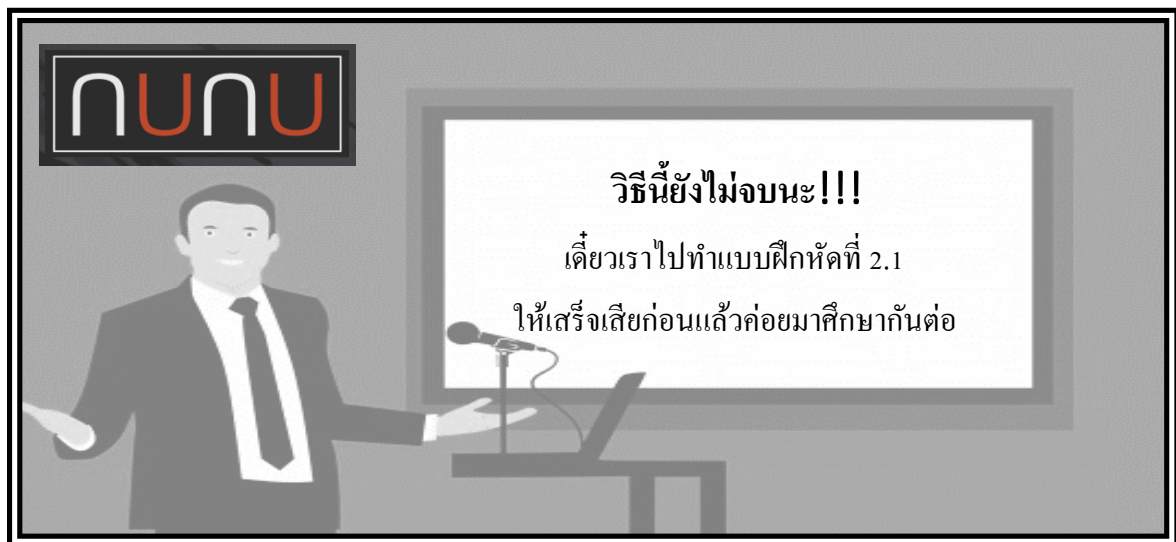
ตัวอย่างที่ 3	จงแก้สมการของ $3x^2 = 4 - 11x$
วิธีทำ	
ตัวอย่างที่ 4	จงแก้สมการของ $5x^2 = -4x$
วิธีทำ	
ตัวอย่างที่ 5	จงแก้สมการของ $4 = 49x^2$
วิธีทำ	
ตัวอย่างที่ 6	จงแก้สมการของ $16 - 24x = -9x^2$
วิธีทำ	
ตัวอย่างที่ 7	จงแก้สมการของ $x^2 + 16 = 0$
วิธีทำ	

หมายเหตุ

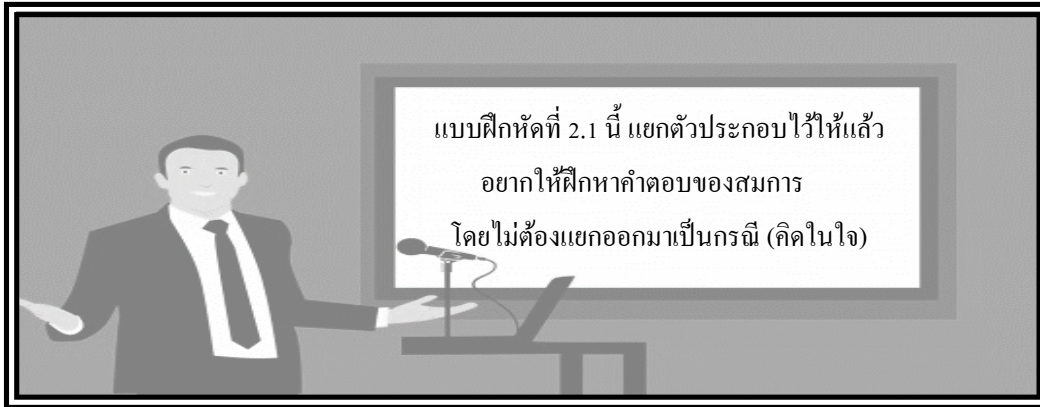
- คำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว เรียกอีกอย่างว่า _____
- เมื่อแยกตัวประกอบออกมาได้ 2 วงเล็บคูณกัน ซึ่งแต่ละวงเล็บไม่เหมือนกันแล้ว _____

- ถ้าพหุนามดีกรีสองที่อยู่ในสมการนั้นเป็นพหุนามกำลังสองสมบูรณ์แล้ว _____

- สมการกำลังสองที่ไม่สามารถแยกตัวประกอบได้นั้น _____



แบบฝึกหัดที่ 2.1



ตอนที่ 1 จงแก้สมการที่กำหนดให้ต่อไปนี้



1) $(x + 1)(x + 2) = 0$	2) $(a + 3)(a + 5) = 0$
3) $(m + 15)(m + 9) = 0$	4) $(y + 21)(y + 10) = 0$
5) $(n + 30)(n + 8) = 0$	6) $(p - 1)(p - 5) = 0$
7) $(q - 3)(q - 11) = 0$	8) $(b - 25)(b - 4) = 0$
9) $(c - 17)(c - 3) = 0$	10) $(x - 50)(x - 1) = 0$
11) $(s + 3)(s - 1) = 0$	12) $(t + 7)(t - 11) = 0$
13) $(k - 5)(k + 13) = 0$	14) $(d - 18)(d + 16) = 0$

15) $(x + 0)(x + 10) = 0$	16) $(y)(y - 7) = 0$
17) $z(z + 5) = 0$	18) $(a - 19)a = 0$
19) $0 = (v + 5)(v + 17)$	20) $0 = (m - 24)(m - 8)$
21) $0 = (n - 16)(n + 15)$	22) $0 = (r - 30)r$
23) $(a + 3)(a + 3) = 0$	24) $(b - 10)^2 = 0$
25) $(g + 17)^2 = 0$	26) $(h - 52)(22 + h) = 0$
27) $(5 + f)(13 + f) = 0$	28) $(15 + j)(-7 + j) = 0$
29) $(-13 + x)(x + 21) = 0$	30) $(17 + y)^2 = 0$

ตอนที่ 2 จงแก้สมการที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1) $(x + 2)(2x + 1) = 0$	2) $(a - 3)(5a - 2) = 0$
3) $(7k - 4)(k + 5) = 0$	4) $(9m + 2)(m - 8) = 0$

5) $(3b + 5)(11b + 2) = 0$	6) $(15p - 7)(6p - 1) = 0$
7) $(13q + 4)(9q - 10) = 0$	8) $(18s - 5)(7s + 9) = 0$
9) $(20v + 3)(11v - 13) = 0$	10) $(29w - 5)(17w + 6) = 0$
11) $(5x)(x + 4) = 0$	12) $3a(a - 2) = 0$
13) $(b)(4b + 7) = 0$	14) $z(11z - 5) = 0$
15) $(9m + 5)m = 0$	16) $(23p + 4)(3p) = 0$
17) $(7q)(8q + 3) = 0$	18) $5x(7x - 15) = 0$
19) $9v(5v - 2) = 0$	20) $0 = (g - 7)(8g + 3)$
21) $0 = (11h + 12)(5h + 13)$	22) $0 = (7c - 11)(18c - 5)$

เอกสารหน้า
19 - 23
มีในเอกสารตัวเต็ม

แบบฝึกหัดที่ 2.2

ตอนที่ 1 จงแก้สมการที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1) $x^2 + 5x + 4 = 0$

2) $y^2 - 13y + 12 = 0$

3) $z^2 + 2z - 15 = 0$

4) $a^2 - a - 6 = 0$

5) $b^2 + 12b + 35 = 0$

6) $c^2 - 12c + 36 = 0$

7) $d^2 + 3d - 70 = 0$

8) $m^2 - 5m - 14 = 0$

9) $n^2 + 14n + 33 = 0$

10) $p^2 - 10p + 21 = 0$

11) $q^2 + 4q - 21 = 0$	12) $r^2 - 2r - 120 = 0$
13) $e^2 + 13e + 40 = 0$	14) $f^2 - 15f + 54 = 0$
15) $g^2 + 5g - 50 = 0$	16) $k^2 - 4k - 45 = 0$
17) $x^2 + 15x + 36 = 0$	18) $y^2 - 13y + 30 = 0$
19) $c^2 + c - 110 = 0$	20) $n^2 - 3n - 108 = 0$

21) $j^2 + 24j + 144 = 0$

22) $e^2 - 17e + 72 = 0$

23) $y^2 + 7y - 30 = 0$

24) $u^2 - 4u - 60 = 0$

25) $v^2 + 11v + 28 = 0$

26) $w^2 - 20w + 36 = 0$

27) $a^2 + 21a - 100 = 0$

28) $m^2 - 19m - 42 = 0$

29) $p^2 + 25p + 100 = 0$

30) $q^2 - 18q + 45 = 0$

31) $d^2 + 22d - 75 = 0$

32) $k^2 - 18k - 88 = 0$

33) $i^2 + 26i + 120 = 0$

34) $b^2 - 26b + 169 = 0$

35) $h^2 + 13h - 90 = 0$

36) $u^2 - 9u - 52 = 0$

37) $a^2 + 24a + 140 = 0$

38) $x^2 - 20x + 64 = 0$

39) $y^2 + 6y - 112 = 0$

40) $z^2 - 13z - 90 = 0$

เอกสารหน้า
28 - 35
มีในเอกสารตัวเต็ม

ข้อควรระวังในการแก้สมการกำลังสองรูป $ax^2 + bx = 0$ **ตัวอย่างที่ 1** จงแก้สมการของ $x^2 = 6x$ **ตัวอย่างที่ 2** จงแก้สมการของ $3x^2 + 7x = 0$ 

แบบฝึกหัดที่ 2.3

ตอนที่ 1 จงหาแก้สมการที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1) $x^2 + x = 0$

2) $a^2 - 2a = 0$

3) $b^2 + 7b = 0$

4) $p^2 - 21p = 0$

5) $0 = q^2 + 14q$

6) $0 = r^2 - 95r$

7) $0 = s^2 + 73s$

8) $0 = t^2 - 110t$

9) $-v + v^2 = 0$

10) $39c + c^2 = 0$

11) $-72y + y^2 = 0$

12) $0 = -54w + w^2$

13) $0 = 128k + k^2$

ajnunu

ตอนที่ 2 จงหาแก้สมการที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1) $2a^2 - a = 0$	2) $3y^2 + y = 0$
3) $7k^2 - k = 0$	4) $13w^2 + w = 0$
5) $0 = 5b^2 + b$	6) $0 = 23c^2 - c$
7) $0 = 11d^2 + d$	8) $0 = 25f^2 - f$
9) $m + 29m^2 = 0$	10) $-n + 15n^2 = 0$
11) $0 = -j + 9j^2$	12) $0 = r + 110r^2$

เอกสารหน้า
39 - 51
มีในเอกสารตัวเต็ม

การแก้สมการในกรณีที่สมการกำลังสองอยู่ในรูป $ax^2 + c = 0$ เมื่อ $c < 0$

ใช้การแยกตัวประกอบของผลต่างกำลังสอง

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการของ $x^2 - 25 = 0$

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการของ $64x^2 - 9 = 0$

ตัวอย่างที่ 3 จงแก้สมการของ $16x^2 - 5 = 0$

ตัวอย่างที่ 4 จงแก้สมการของ $49x^2 = 3$

ตัวอย่างที่ 5 จงแก้สมการของ $x^2 = -36$

หมายเหตุ

เราจะไม่ต้องใช้เทคนิคการแยกตัวประกอบเข้ามาใช้ สามารถแก้สมการกำลังสองนี้โดยการย้ายข้างจากหลักการดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการของ $x^2 - 25 = 0$

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการของ $64x^2 - 9 = 0$

ตัวอย่างที่ 3 จงแก้สมการของ $16x^2 - 5 = 0$

ตัวอย่างที่ 4 จงแก้สมการของ $49x^2 = 3$

ตัวอย่างที่ 5 จงแก้สมการของ $x^2 = -36$

แบบฝึกหัดที่ 2.4

ตอนที่ 1 *จงหาแก้สมการที่กำหนดให้ต่อไปนี้โดยการย้ายข้าง*

1) $x^2 = 4$

2) $y^2 = 64$

3) $m^2 = 3600$

4) $d^2 = -25$

5) $16 = e^2$

6) $81 = g^2$

7) $441 = h^2$

8) $-1 = z^2$

9) $-x^2 = -81$

10) $-a^2 = -1$

11) $-w^2 = -289$

12) $-k^2 = 36$

13) $-400 = -n^2$

14) $-196 = f^2$

15) $-576 = s^2$	16) $225 = -t^2$
17) $b^2 - 121 = 0$	18) $p^2 - 324 = 0$
19) $q^2 - 3600 = 0$	20) $y^2 + 100 = 0$
21) $0 = i^2 - 784$	22) $0 = j^2 - 10000$
23) $0 = r^2 - 256$	24) $0 = v^2 + 6400$
25) $-676 + w^2 = 0$	26) $-529 + a^2 = 0$
27) $0 = -144 + q^2$	28) $0 = -64 + m^2$

29) $121 + d^2 = 0$	30) $-n^2 + 729 = 0$
31) $-h^2 + 841 = 0$	32) $0 = -e^2 + 2025$
33) $0 = -y^2 + 625$	34) $0 = -c^2 - 361$
35) $49 - f^2 = 0$	36) $441 - w^2 = 0$
37) $0 = 196 - d^2$	38) $0 = 169 - p^2$
39) $-1600 - k^2 = 0$	40) $2x^2 = 18$

เอกสารหน้า

57 - 78

มีในเอกสารตัวเต็ม

วิธีที่ 2

โดยใช้การทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์

การแก้สมการกำลังสองวิธีนี้เป็นการจัดรูปพหุนามดีกรีสองในสมการให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ เพื่อแยกตัวประกอบของพหุนามในการแก้สมการ ทั้งนี้ทั้งนั้นวิธีนี้ไม่เป็นที่นิยมเลยในการแก้สมการ แต่อยากให้นักเรียนได้ศึกษาวิธีการเพราะจะมีความเชื่อมโยงต่อการแก้สมการวิธีที่ 3 ที่จะแก้สมการโดยใช้สูตร quadratic

ขั้นตอนการแก้สมการโดยทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์**ขั้นตอนที่ 1**

จัดรูปสมการให้ค่าคงตัวที่ไม่ติดตัวแปร
อยู่ฝั่งใดฝั่งหนึ่ง อีกฝั่งเป็นพจน์ของตัว
แปรกำลังสองกับ พจน์ของตัวแปรกำลังหนึ่ง

ขั้นตอนที่ 2

สปส.หน้าตัวแปรกำลังสองต้องเป็น 1
ถ้าไม่ใช่ 1 ให้ทำการดึง สปส.หน้าตัวแปร
กำลังสองออกมา แล้วย้ายข้างไปหารกับ
ค่าคงตัวที่อยู่ฝั่ง

ขั้นตอนที่ 3

พิจารณาพจน์หน้า $(x)^2$ และพจน์กลาง
เพื่อที่จะทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์
โดยการเติม (หลัง)² ลงไปโดยจะต้องเติม
ทั้งฝั่งซ้ายและขวา

ขั้นตอนที่ 4

เปลี่ยนพหุนามกำลังสองที่ได้ให้อยู่ในรูป
ของ $(x \pm \text{หลัง})^2$ ส่วนอีกฝั่งหนึ่งที่เป็น
ค่าคงตัว + (หลัง)² ให้หาค่าผลสำเร็จเป็น
เลขหนึ่งจำนวน

ขั้นตอนที่ 5

ถอดรากที่สองทั้ง 2 ข้าง (ย้ายข้างกำลังสอง)
ไปอีกฝั่งหนึ่ง เป็น $\pm\sqrt{\text{ค่าคงตัวจากขั้นตอนที่ 4}}$

ขั้นตอนที่ 6

ย้ายตัวเลขที่อยู่กับ x ไปอีกฝั่ง จาก + ไป -
จาก - ไป + กับ $\pm\sqrt{\text{ค่าคงตัวจากขั้นตอนที่ 4}}$
จะได้คำตอบของค่า x

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการของ $x^2 - 7x - 60 = 0$

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการของ $15x^2 - x - 84 = 0$

ตัวอย่างที่ 3 จงแก้สมการของ $x^2 - 12x - 27 = 0$

ตัวอย่างที่ 4 จงแก้สมการของ $x^2 - 3x + 3 = 0$

ตัวอย่างที่ 5 จงแก้สมการของ $4x^2 - 10x + 5 = 0$

ตัวอย่างที่ 6 จงแก้สมการของ $25x^2 - 40x + 16 = 0$

ตัวอย่างที่ 7 จงแก้สมการของ $7x^2 - 4x + 2 = 0$

แบบฝึกหัดที่ 3**ตอนที่ 1****จงหาแก้สมการที่กำหนดให้ต่อไปนี้โดยการทำให้เป็นพหุนามกำลังสองสมบูรณ์**

1) $x^2 + 12x + 35 = 0$

2) $y^2 - 18y + 72 = 0$

3) $a^2 + 46a - 96 = 0$

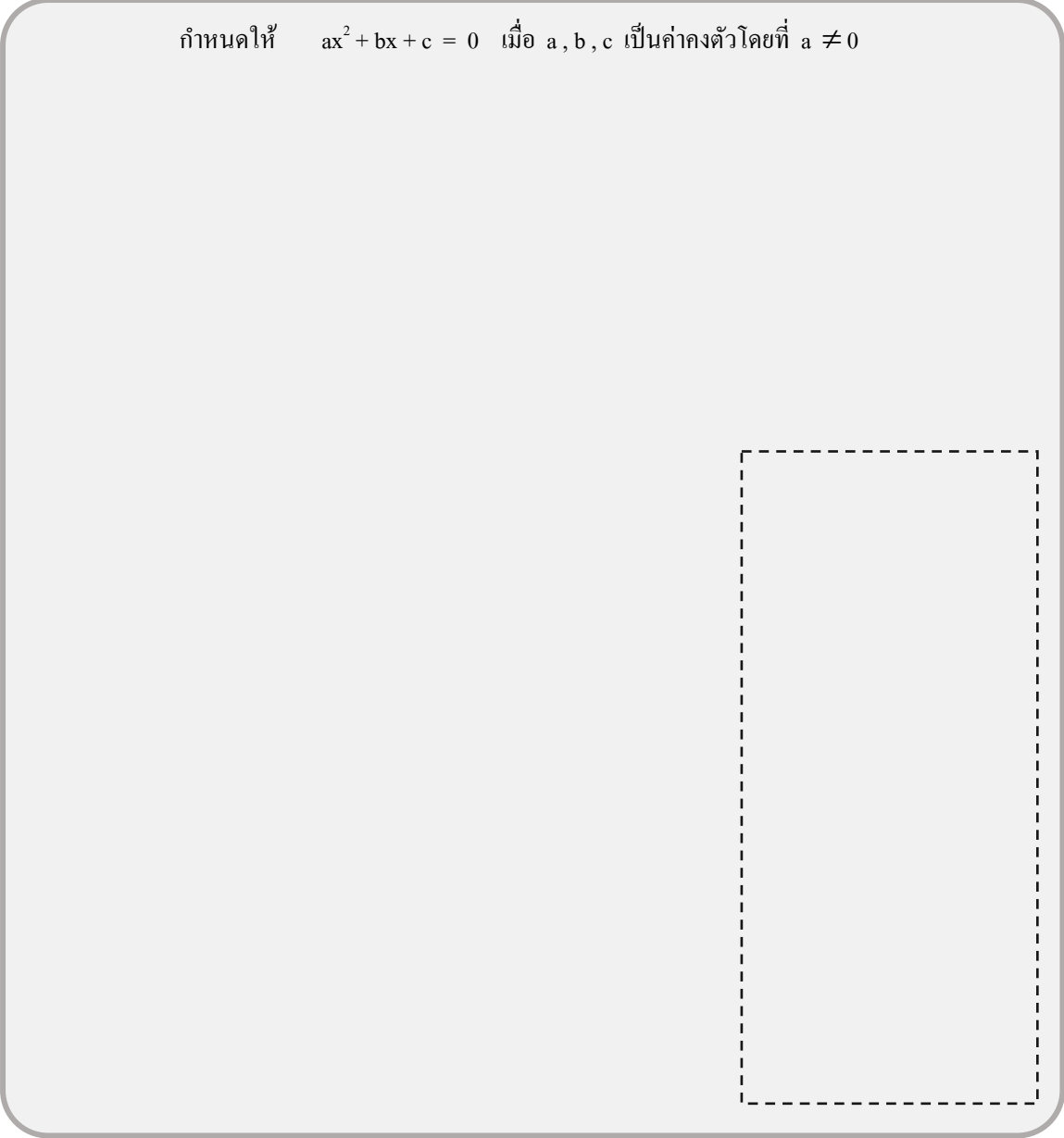
4) $b^2 - 48b - 100 = 0$

เอกสารหน้า
85 - 92
มีในเอกสารตัวเต็ม

วิธีที่ 3 การแก้สมการกำลังสองโดยใช้สูตร quadratic

จากการแก้สมการกำลังสองวิธีที่ 2 โดยการทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์นั้น เราสามารถนำหลักการของวิธีที่ 2 นี้ มาสร้างสูตรในการหาคำตอบได้ ดังนี้

กำหนดให้ $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัวโดยที่ $a \neq 0$



สูตร quadratic

กำหนดให้ $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัวโดยที่ $a \neq 0$

หมายเหตุ

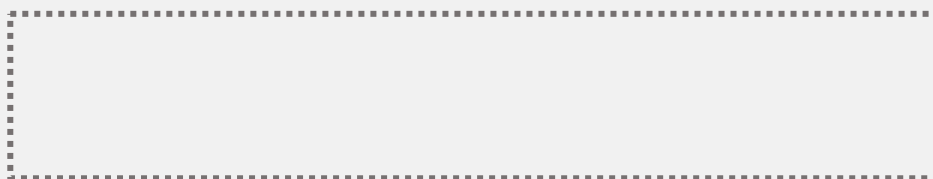
1) เมื่อสมการกำลังสองอยู่ในรูป $ax^2 + bx + c = 0$ หรือ $0 = ax^2 + bx + c$ แล้วเราสามารถแทนค่า a, b, c แทนลงในสูตรได้เลย แต่ในส่วนตัวของผู้เขียนนั้น ถ้า a เป็น $-$ มักจะทำให้อยู่ในรูป $+$ ก่อนเสมอ โดยการคูณ -1 ทั้งสองข้าง หรือ การย้ายข้างก็ได้ เช่น



2) พหุนามกำลังสองในสมการรูป $ax^2 + bx + c = 0$ นั้น ต้องมีทั้ง 3 พจน์ คือ พจน์หน้า, พจน์กลาง, พจน์หลัง

- พจน์หน้า ต้องมีอยู่แล้ว เพราะถ้าขาดพจน์หน้า (ax^2) ไปจะไม่ใช้สมการกำลังสอง
- ถ้าขาดพจน์กลาง หรือ พจน์หลัง พจน์ใดพจน์หนึ่งไป

เช่น



เราก็ยังสามารถใช้สูตร quadratic ในการแก้สมการได้ แต่ไม่นิยมใช้กัน ควรใช้วิธีที่ทำการศึกษามาก่อนหน้านี้จะง่ายกว่า

3) เราควรใช้สูตร quadratic เมื่อ

- _____
- _____

เช่น 1) _____

2) _____



แบบฝึกหัดที่ 4.1

ตอนที่ 1 จงหาค่า a, b, c จากสมการรูป $ax^2+bx+c=0$ ที่กำหนดให้ โดยที่ $a > 0$

1) $2x^2 + 3x + 4 = 0$	2) $5y^2 + 9y + 6 = 0$
3) $7m^2 + 10m + 2 = 0$	4) $11n^2 + 5n + 1 = 0$
5) $4p^2 + p + 3 = 0$	6) $9q^2 + q + 1 = 0$
7) $c^2 + 13c + 7 = 0$	8) $b^2 + 10b + 1 = 0$
9) $s^2 + s + 12 = 0$	10) $x^2 + x + 1 = 0$
11) $7a^2 - 5a - 4 = 0$	12) $11b^2 - 20b - 3 = 0$
13) $15c^2 - 7c - 4 = 0$	14) $12r^2 - 3r + 11 = 0$
15) $8t^2 + 9t - 2 = 0$	16) $4v^2 - 20v - 1 = 0$
17) $13u^2 - u + 4 = 0$	18) $17g^2 - g - 1 = 0$
19) $30h^2 + h - 1 = 0$	20) $f^2 - f + 1 = 0$
21) $e^2 - e + 5 = 0$	22) $y^2 + 3y - 1 = 0$

23) $11z^2 + 4 + 7z = 0$	24) $4x^2 - 12 - 5x = 0$
25) $-8 - 5a + a^2 = 0$	26) $21b^2 + 1 - b = 0$
27) $8 + 25p^2 + p = 0$	28) $-q - 3 + q^2 = 0$
29) $3 - s + 17s^2 = 0$	30) $-12y + 2y^2 - 1 = 0$
31) $1 + 14m^2 - m = 0$	32) $-4n + 2 + 13n^2 = 0$
33) $-13k + k^2 + 5 = 0$	34) $15j - 1 + 19j^2 = 0$
35) $6i^2 - 1 + i = 0$	36) $8w + w^2 - 3 = 0$
37) $v^2 - 1 + v = 0$	38) $-1 + x + 27x^2 = 0$
39) $-a + 22a^2 - 7 = 0$	40) $9 + 3c + 5c^2 = 0$

ตอนที่ 2 จงหาค่า a, b, c จากสมการรูป $ax^2 + bx + c = 0$ ที่กำหนดให้ โดยที่ $a > 0$

1) $0 = 7x^2 + 10x - 3$	2) $0 = 5a^2 - a + 7$
3) $0 = -c + 3c^2 - 4$	4) $0 = -5 + 3b + b^2$
5) $0 = -17d + d + 6d^2$	6) $0 = m^2 + 13 + m$
7) $7n^2 + 3n = 1$	8) $13y^2 - y = -3$
9) $-5z + z^2 = -10$	10) $-1 + 6p^2 = 4p$
11) $-5 = 14q^2 - 3q$	12) $1 = 3r^2 + r$
13) $-11 = -a + 17a^2$	14) $-b = 2b^2 - 3$
15) $21c = c^2 + 4$	16) $14x^2 = -13x + 1$
17) $m^2 = -5 + m$	18) $35t^2 = -5t + 3$
19) $-11 + 7s = s^2$	20) $-22v + 6 = 23v^2$

ตอนที่ 3 จงหาค่า a, b, c จากสมการรูป $ax^2 + bx + c = 0$ ที่กำหนดให้ โดยที่ $a > 0$

1) $-3x^2 + 5x - 1 = 0$	2) $-3 - 7y^2 + 9y = 0$
3) $-5 + a - a^2 = 0$	4) $0 = -3b - b^2 + 4$
5) $0 = -13 - 9c - 5c^2$	6) $-14m^2 - 3 = -9m$
7) $17 - 5n^2 = 3n$	8) $-p^2 = -18p + 2$
9) $-17q^2 = 4 - q$	10) $-18z + 3 = z^2$
11) $-6 - 7b = 13b^2$	12) $-13 = 7k^2 - 3k$
13) $-1 = q - 3q^2$	14) $-13t = -16t^2 + 7$

เอกสารหน้า
99 - 102
มีในเอกสารตัวเต็ม

แบบฝึกหัดที่ 4.2**ตอนที่ 1** *จงหาแก้สมการที่กำหนดให้ต่อไปโดยใช้สูตร quadratic*

1) $x^2 + 9x + 20 = 0$

2) $y^2 + 20y + 99 = 0$

3) $18a + 81 + a^2 = 0$

4) $-m^2 + 11m - 28 = 0$

$$5) \quad 0 = -60 - n^2 + 16n$$

$$6) \quad \frac{d^2}{6} - 4d - 24 = 0$$

$$7) \quad 0.1c = -0.1c^2 + 3$$

$$8) \quad -\frac{w^2}{2} + 7 = \frac{13w}{2}$$

$$9) \quad 10g^2 - 10g + 570 = 0$$

$$10) \quad -0.4h = 2.1 - \frac{h^2}{10}$$

$$11) \quad -\frac{x^2}{6} + \frac{7x}{3} - \frac{17}{2} = 0$$

$$12) \quad 0.01r^2 = -0.23r - 1.34$$

เอกสารหน้า
106 - 116
มีในเอกสารตัวเต็ม