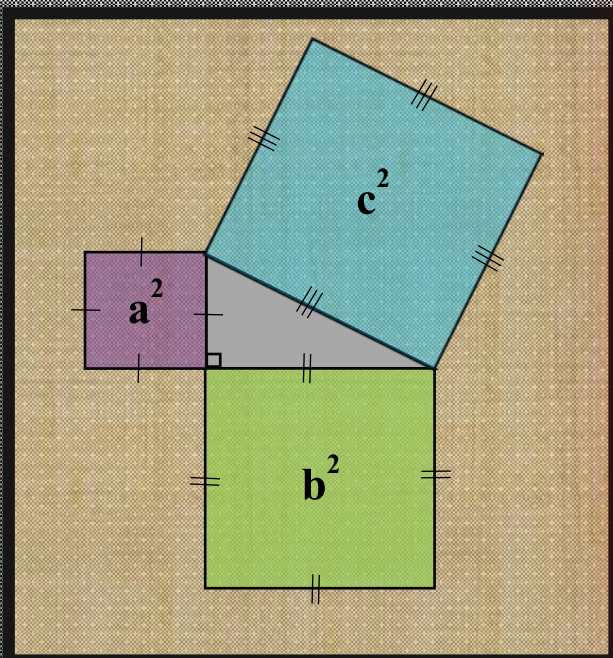


$$a^2 + b^2 = c^2$$



ทฤษฎีบท

พีทาโกรัส

ม. 2

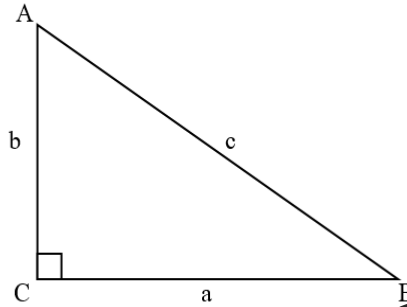
ตัวอย่าง

เอกสารตัวเต็มจะไม่มีลายน้ำ

ทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

ทฤษฎีบทของพีทาโกรัส ที่ควรรอบมีดังนี้

- 1) ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

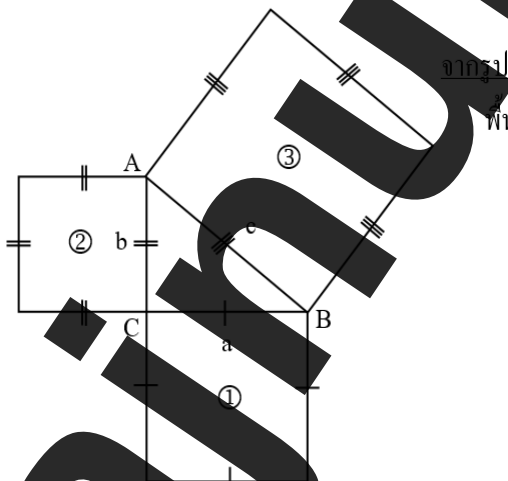


จากรูป ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมี $\angle C = 90^\circ$ องศา
 AB เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก อยู่ตรงข้ามมุม C แทนความยาวด้านด้วย c
 BC เป็นด้านประกอบมุมฉาก อยู่ตรงข้ามมุม A แทนความยาวด้านด้วย a
 AC เป็นด้านประกอบมุมฉาก อยู่ตรงข้ามมุม B แทนความยาวด้านด้วย b
 จะได้ ; ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC

$$c^2 = a^2 + b^2$$

* ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากด้านที่ยาวที่สุด คือ ด้านตรงข้ามมุมฉาก *

- 2) ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก



พื้นที่ □ จัตุรัส ③ = พื้นที่ □ จัตุรัส ① + พื้นที่ □ จัตุรัส ②

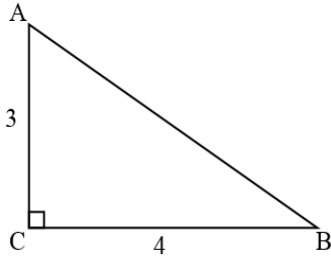
$$c^2 = a^2 + b^2$$

3) การหาความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

กรณีเมื่อทราบความยาวด้าน 2 ด้าน

สามเหลี่ยมมุมฉากทุกรูป ถ้าทราบความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้วสามารถหาความยาวด้านที่เหลือได้จากทฤษฎีของพีทาโกรัส

เช่น จงหาความยาวของด้าน AB



จาก $\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CB}^2$

$\overline{AB}^2 = 3^2 + 4^2$

$\overline{AB}^2 = 9 + 16$

$\overline{AB}^2 = 25$

$\therefore \overline{AB} = 5, -5$

ความยาวเป็นลบไม่ได้

* ข้อสังเกต * ความยาวของด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่ควรจำ โดยเขียนในรูปอัตราส่วนย่อได้

เช่น 3 : 4 : 5

5 : 12 : 13

7 : 24 : 25

8 : 15 : 17

9 : 40 : 41

11 : 60 : 61

12 : 35 : 37

13 : 84 : 85

1 : $\sqrt{3}$: 2

1 : 1 : $\sqrt{2}$

เป็นต้น

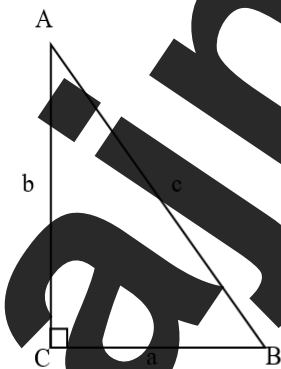
4) ถ้า a, b, c เป็นความยาวของด้านสามเหลี่ยมมุมฉากแล้ว เมื่อนำจำนวนจริงใด ๆ ที่มากกว่าศูนย์ไปคูณหรือหารกับความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากแล้ว ผลที่ได้ของความยาวของด้านทั้งสามจะยาวขึ้นหรือสั้นลง ทำให้รูปสามเหลี่ยมมีขนาดใหญ่ขึ้นหรือเล็กลงโดยที่สามเหลี่ยมนั้นก็ยังคงเป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

เช่น เมื่อกำหนดด้านสามเหลี่ยมมุมฉากทั้งหมดด้านยาว 3, 4, 5 หน่วย

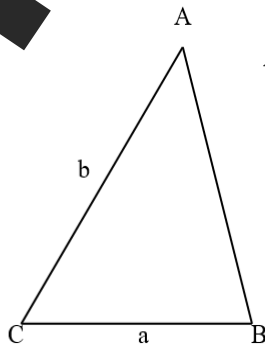
นำ 2 ไปคูณได้ 6, 8, 10 หน่วย , นำ 2 ไปหารได้ 1.5, 2, 2.5 หน่วย

นำ 3 ไปคูณได้ 9, 12, 15 หน่วย , นำ 3 ไปหารได้ 1, $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{3}$ หน่วย

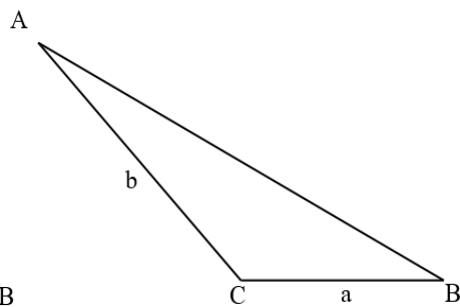
5) บทกลับของทฤษฎีพีทาโกรัส



รูปที่ 1



รูปที่ 2



รูปที่ 3

จากรูปที่ 1 ให้ AC และ BC เป็นด้านประกอบมุมฉาก ACB โดยที่ BC และ AC ยาว a , b หน่วย ตามลำดับ และด้านตรงข้ามมุมฉาก AB ยาว c หน่วย

จะได้ ; $a^2 + b^2 = c^2$ แล้ว $\triangle ABC$ จะเป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

จากรูปที่ 2 เมื่อกำหนดให้ ด้านประกอบมุมแหลม ACB โดยที่ BC และ AC ยังกยาว a, b หน่วย ตามลำดับ เหมือนรูปที่ 1 จะสังเกตได้ว่า ด้าน AB จะมีความยาวสั้นกว่าด้าน AB ของรูปที่ 1

จะได้ ; $a^2 + b^2 > c^2$ แล้ว $\triangle ABC$ จะเป็นสามเหลี่ยมมุมแหลม

จากรูปที่ 3 เมื่อกำหนดให้ ด้านประกอบมุมป้าน ACB โดยที่ BC และ AC ยังกยาว a, b หน่วย ตามลำดับ เหมือนรูปที่ 1 จะสังเกตได้ว่า ด้าน AB จะมีความยาวยาวกว่าด้าน AB ของรูปที่ 1

จะได้ ; $a^2 + b^2 < c^2$ แล้ว $\triangle ABC$ จะเป็นสามเหลี่ยมมุมป้าน

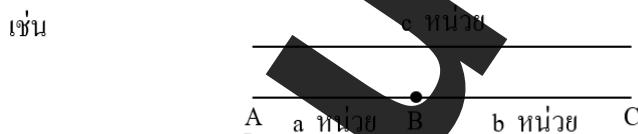
*** ข้อควรระวัง ***

ส่วนของเส้นตรง 3 เส้นที่จะนำมาประกอบกันเป็นรูปสามเหลี่ยมนั้น ความยาวของส่วนของเส้นตรงที่ ยาวที่สุดนั้นต้องมีความยาวน้อยกว่าผลบวกความยาวของส่วนของเส้นตรงอื่นที่เหลืออีก 2 เส้น จึงจะสามารถนำมา ประกอบเป็นรูปสามเหลี่ยมต่าง ๆ ได้พอดี

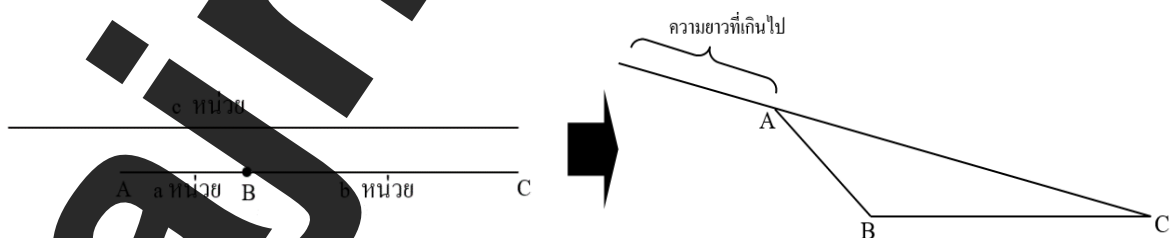
ให้ c เป็นความยาวส่วนของเส้นตรงที่ยาวที่สุด , a และ b เป็นความยาวส่วนของเส้นตรงที่สั้นกว่า c

จะได้ ; $a + b > c$ จึงจะนำด้านมาประกอบเป็นรูปสามเหลี่ยมได้

ถ้า $a + b = c$ จะประกอบกันเป็นสามเหลี่ยมไม่ได้ จะเป็นเส้นตรง



ถ้า $a + b < c$ แล้วด้านทั้ง 3 จะประกอบกันเป็นสามเหลี่ยมพอดีไม่ได้เพราะ c ยาวเกินไป เช่น



แบบฝึกหัดที่ 1

ตอนที่ 1 รูปสามเหลี่ยมที่กำหนดความยาวของด้านต่อไปนี้ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

1) 3 , 4 , 5

2) 5 , 12 , 13

3) 9 , 40 , 41

4) 2 , 3 , $3\sqrt{2}$

5) 2 , 1.5 , 2.5

6) 1 , $\sqrt{3}$, 2

7) 4 , 7.5 , 8.5

8) 8 , 15 , 17

9) $12, 35, 38$

10) $8.3, 7.2, 3$

11) $2\sqrt{3}, 3\sqrt{2}, 2\sqrt{6}$

12) $4\sqrt{2}, 4\sqrt{6}, 8\sqrt{2}$

13) $\sqrt{3}, 4, \sqrt{19}$

14) $3\sqrt{2}, 3\sqrt{2}, 5$

ตอนที่ 2 ด้าน 3 ด้านที่กำหนดค่าไว้ต่อไปนี้ เมื่อนำมาประกอบกันจะเป็นสามเหลี่ยมหรือไม่ ถ้าเป็นสามเหลี่ยมจะเป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก, สามเหลี่ยมมุมแหลมหรือสามเหลี่ยมมุมป้าน

1) $7, 9, 12$

2) $11, 12, 15$

3) 4 , 6 , 12

4) 20 , 12 , 16

5) 7 , 24 , 25

6) 8 , 8 , 16

7) 18 , 24 , 30

8) $\sqrt{3}$, 4 , $2\sqrt{7}$

9) 30 , 5.5 , 30.5

10) $3\sqrt{2}$, $4\sqrt{2}$, $6\sqrt{2}$

11) 11 , 15 , 18

12) 1.2 , 3.5 , 4

13) $4\sqrt{2}$, $7\sqrt{2}$, $5\sqrt{6}$

14) $2\sqrt{3}$, 8 , $2\sqrt{5}$

15) 12.4 , 13.7 , 28.2

16) 1.2 , 3.5 , 3.7

17) 13 , 18 , 21

18) $3\sqrt{5}$, $2\sqrt{5}$, $5\sqrt{5}$

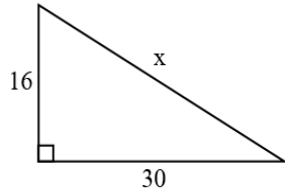
19) $2\sqrt{3}$, $3\sqrt{5}$, $2\sqrt{6}$

20) $\sqrt{3}$, 9 , 4

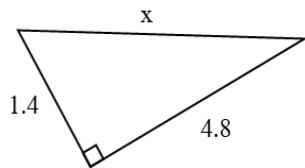
แบบฝึกหัดที่ 2

จากข้อที่ 1 – 12 จงหาค่า x

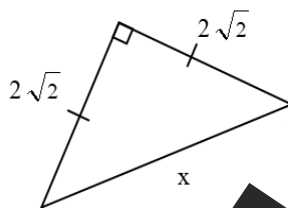
1)



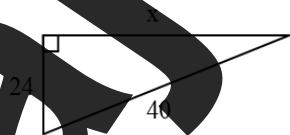
2)



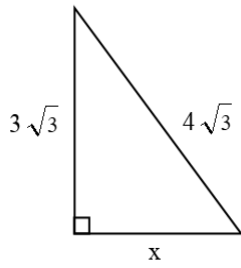
3)



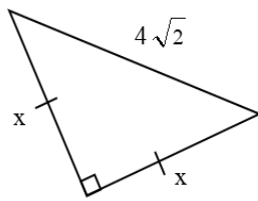
4)



5)



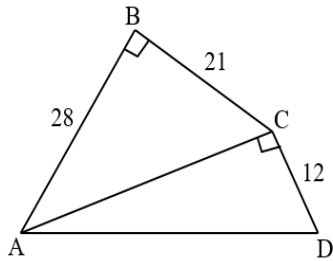
6)



ajnunu.com

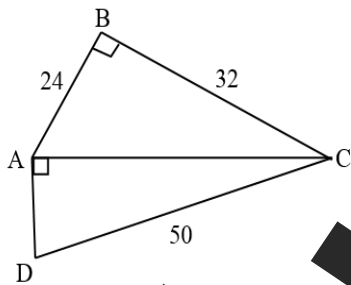
แบบฝึกหัดที่ 3

1. จากรูป จงหาความยาวของ AD เท่ากับข้อใด



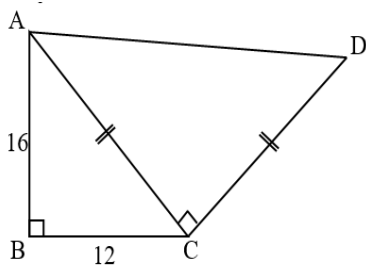
- ก. 35 หน่วย
- ข. 36 หน่วย
- ค. 37 หน่วย
- ง. 38 หน่วย

2. ความยาวเส้นรอบรูปสี่เหลี่ยม ABCD ที่กำหนดให้ยาวกี่หน่วย



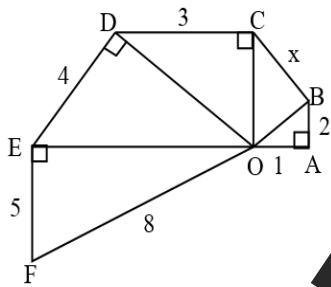
- ก. 136 หน่วย
- ข. 140 หน่วย
- ค. 144 หน่วย
- ง. 148 หน่วย

3. จากรูป พื้นที่ของรูป $\square ABCD$ เท่ากับกี่ตารางหน่วย



- ก. 262 ตารางหน่วย
- ข. 284 ตารางหน่วย
- ค. 296 ตารางหน่วย
- ง. 312 ตารางหน่วย

4. จากรูป จงหาความยาว BC

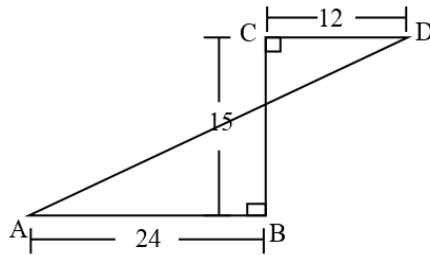


- ก. 3 หน่วย
- ข. 4 หน่วย
- ค. 5 หน่วย
- ง. 6 หน่วย

ajnunu.com

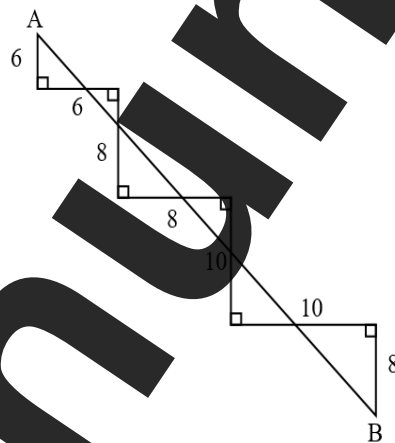
5. จากรูป จงหาความยาวของ \overline{AD}

- ก. 34 หน่วย
- ข. 36 หน่วย
- ค. 39 หน่วย
- ง. 41 หน่วย



6. จากรูป จงหาความยาว AB

- ก. 48 หน่วย
- ข. 46 หน่วย
- ค. 42 หน่วย
- ง. 40 หน่วย



9. แดงยืนห่างจากต้นไม้ 12 เมตร เขาอนลงกับพื้นมองไปยังยอดไม้เป็นมุม 45° พอดี เขาอยู่ห่างจากยอดไม้กี่เมตร
- ก. $9\sqrt{2}$ เมตร ข. 10 เมตร ค. $10\sqrt{2}$ เมตร ง. $12\sqrt{2}$ เมตร

10. เสาไฟต้นหนึ่งตั้งจากกับพื้นที่ดินมีความสูง 24 เมตร ซึ่งลวดยึดเสาตรงกลางของเสาไฟโดยยิง 3 เส้น ระยะห่างจากโคนเสาถึงปลายลวดที่พื้นยาว 5 เมตร อยากทราบว่าต้องใช้ลวดทั้งหมดกี่เมตร
- ก. 13 เมตร ข. 24 เมตร ค. 39 เมตร ง. 42 เมตร

11. เสาธงต้นหนึ่ง ตั้งตรงอยู่ได้ด้วยไม้สองตัวที่ยึดเสารวมกับเสาข้างสองต้น โดยมีไม้ดัดตัวบนและตัวล่าง ไม้ดัดตัวบนอยู่สูงจากโคนเสา 5 ฟุต ต้องการผูกธงที่ยึดเสาจึงปลดไม้ดัดตัวล่างออก ทำให้ยอดเสาตกลงมาที่พื้นดิน และห่างจากโคนเสา 12 ฟุต จงหาความสูงของเสาต้นนี้กี่ฟุต

ก. 15 ฟุต

ข. 18 ฟุต

ค. 20 ฟุต

ง. 22 ฟุต

12. ชายคนหนึ่งสูง 1.25 เมตร ยืนห่างจากเสาธงเป็นระยะ 10 เมตร เสาธงสูง 25.25 เมตร อยากทราบว่าต้องใช้เชือกผูกธงยาวกี่เมตร

ก. 22 เมตร

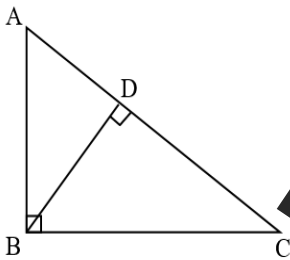
ข. 24 เมตร

ค. 26 เมตร

ง. 28 เมตร

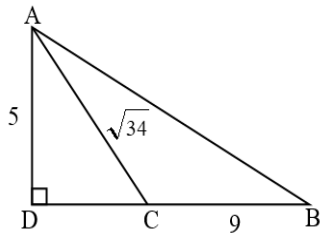
13. บันไดอันหนึ่งยาว 26 ฟุต พาดถึงหน้าต่างสูง 24 ฟุต ถ้ากลับบันไดพาดกับกำแพงอีกด้านหนึ่ง ปลายบันไดจะจดกำแพงสูงจากพื้นดิน 10 ฟุต ผนังตั้งอยู่ห่างจากกำแพงกี่ฟุต
- ก. 28 ฟุต ข. 30 ฟุต ค. 32 ฟุต ง. 34 ฟุต

14. จากรูป จงหาค่าของ \overline{BD} เมื่อ $\overline{AB} = 15$ หน่วย, $\overline{BC} = 20$ หน่วย



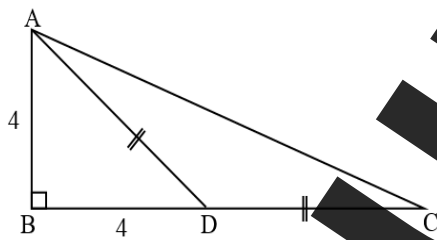
- ก. 12 หน่วย
ข. 13 หน่วย
ค. 14 หน่วย
ง. 15 หน่วย

15. จากรูป จงหาความยาวของ \overline{AB}



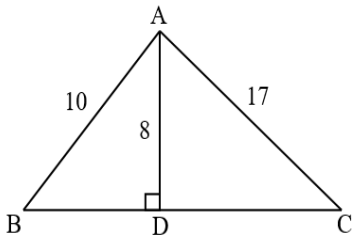
- ก. 12 หน่วย
- ข. 13 หน่วย
- ค. 15 หน่วย
- ง. 16 หน่วย

16. จากรูป จงหาพื้นที่ของ $\triangle ABC$ ที่ตารางหน่วย



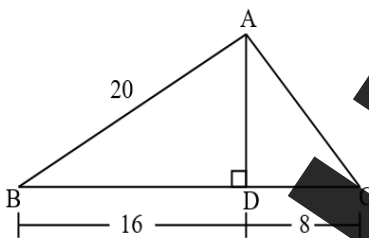
- ก. $8 + 8\sqrt{2}$ ตารางหน่วย
- ข. $8 + 2\sqrt{2}$ ตารางหน่วย
- ค. $8\sqrt{2}$ ตารางหน่วย
- ง. $8 + \sqrt{2}$ ตารางหน่วย

17. จากรูป จงหาความยาวของ BC



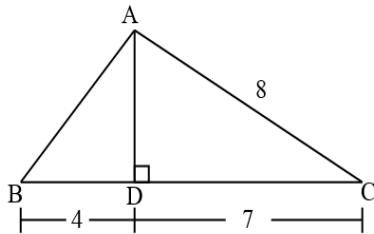
- ก. 20 หน่วย
- ข. 21 หน่วย
- ค. 24 หน่วย
- ง. 28 หน่วย

18. จากรูป จงหาความยาวของ AC



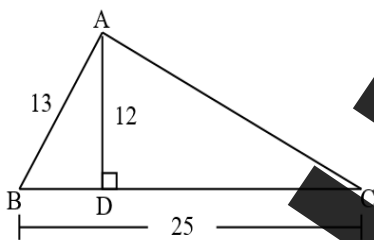
- ก. $6\sqrt{13}$ หน่วย
- ข. $5\sqrt{13}$ หน่วย
- ค. $4\sqrt{13}$ หน่วย
- ง. $3\sqrt{13}$ หน่วย

19. จากรูป จงหาความยาวของ AB



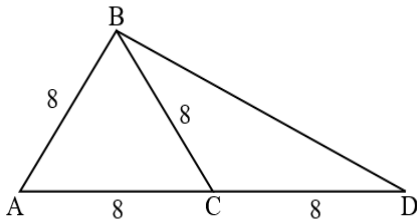
- ก. $\sqrt{31}$ หน่วย
- ข. $2\sqrt{5}$ หน่วย
- ค. $3\sqrt{4}$ หน่วย
- ง. $\sqrt{27}$ หน่วย

20. จากรูป จงหาความยาวด้าน AC



- ก. $4\sqrt{34}$ หน่วย
- ข. $2\sqrt{17}$ หน่วย
- ค. $3\sqrt{27}$ หน่วย
- ง. $3\sqrt{15}$ หน่วย

21. ABC เป็น Δ ด้านเท่า ขาวด้านละ 8 หน่วย ถ้า CD ขาว 8 หน่วย แล้ว BD ขาวกี่หน่วย



- ก. $7\sqrt{2}$ หน่วย
- ข. 8 หน่วย
- ค. $8\sqrt{2}$ หน่วย
- ง. $8\sqrt{3}$ หน่วย

22. ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก มีด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่งยาว 10 หน่วย ถ้าสามเหลี่ยม ABC มีพื้นที่ 120 ตารางหน่วย แล้วสามเหลี่ยม ABC จะมีความยาวรอบรูปกี่หน่วย

- ก. 60 หน่วย
- ข. 65 หน่วย
- ค. 70 หน่วย
- ง. 85 หน่วย

23. สามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีด้านประกอบมุมฉากยาว 6 และ 8 หน่วย ถ้าต้องการสร้างสามเหลี่ยมที่ขยายจากรูปสามเหลี่ยมเดิมในสัดส่วนเดียวกันทุกด้าน โดยให้มีพื้นที่เป็น 3 เท่าของรูปเดิม แล้วสามเหลี่ยมใหม่จะมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวกี่หน่วย

ก. 10 หน่วย

ข. $10\sqrt{3}$ หน่วย

ค. 20 หน่วย

ง. $20\sqrt{3}$ หน่วย

24. สามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมีอัตราส่วนของด้านตรงข้ามมุมฉากกับด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่งเป็น 2 : 1 และมีพื้นที่เท่ากับ $8\sqrt{3}$ ตารางหน่วย จงหาความยาวของที่เหลืออีกหนึ่งด้าน

ก. $4\sqrt{3}$ หน่วย

ข. 4 หน่วย

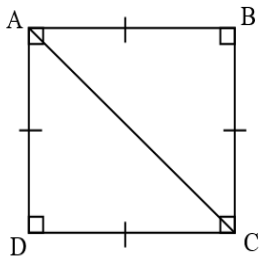
ค. $5\sqrt{3}$ หน่วย

ง. 5 หน่วย

25. สามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปหนึ่งมีด้านฐานยาว 20 หน่วย ผลบวกด้านประกอบมุมยอดยาว $16\sqrt{2}$ หน่วย แล้วจงหาพื้นที่ของสามเหลี่ยมรูปนี้

- ก. $20\sqrt{7}$ ตารางหน่วย
- ข. $18\sqrt{7}$ ตารางหน่วย
- ค. $15\sqrt{3}$ ตารางหน่วย
- ง. $12\sqrt{3}$ ตารางหน่วย

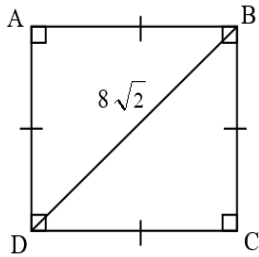
26. จากรูป สี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD มีเส้นรอบรูปยาว 20 หน่วย จงหาความยาวเส้นทแยงมุม AC



- ก. $3\sqrt{2}$ หน่วย
- ข. $4\sqrt{2}$ หน่วย
- ค. $5\sqrt{2}$ หน่วย
- ง. $6\sqrt{2}$ หน่วย

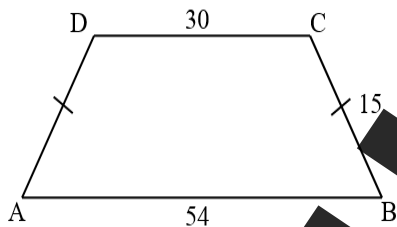
ajnunu.com

27. จากรูป สี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD มีเส้นทแยงมุมยาว $8\sqrt{2}$ หน่วย จงหาความยาวของเส้นรอบรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส



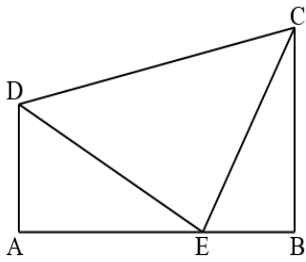
- ก. 30 หน่วย
- ข. 32 หน่วย
- ค. 34 หน่วย
- ง. 36 หน่วย

28. กำหนดให้ ABCD เป็น □ กางมุม โดยมี \overline{AB} ขนานกับ \overline{CD} และ $\overline{AB} = 54$ หน่วย, $\overline{CD} = 30$ หน่วย $\overline{CB} = \overline{DA} = 15$ หน่วย จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ABCD



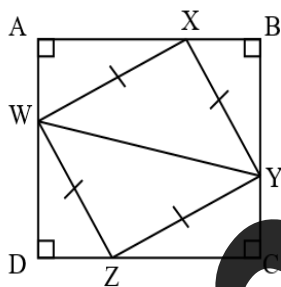
- ก. 498 ตารางหน่วย
- ข. 478 ตารางหน่วย
- ค. 378 ตารางหน่วย
- ง. 278 ตารางหน่วย

29. จากรูป $\angle DAE = \angle EBC = \angle DEC = 90^\circ$, $DA = EB = a$ หน่วย , $AE = BC = b$ หน่วย , $AE = 2EB$
 ถ้าพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ABCD เท่ากับ 18 ตารางหน่วย จงหา \overline{DE} ยาวกี่หน่วย



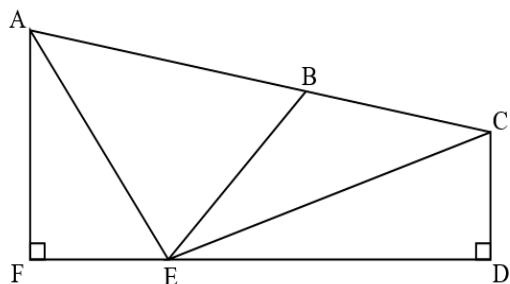
- ก. $2\sqrt{5}$ หน่วย
- ข. $4\sqrt{5}$ หน่วย
- ค. 4 หน่วย
- ง. 2 หน่วย

30. จากรูป ABCD เป็น \square จัตุรัสมีพื้นที่ 576 ตารางหน่วย รูป \square จัตุรัส WXYZ ที่บรรจุในรูป \square จัตุรัส ABCD มี $\overline{AX} = \overline{BY} = \overline{CZ} = \overline{DW} = 16$ หน่วย จงหาความยาวของ \overline{WY} ยาวกี่หน่วย



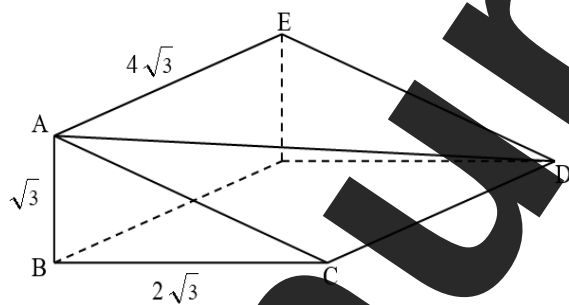
- ก. $7\sqrt{10}$ หน่วย
- ข. $8\sqrt{10}$ หน่วย
- ค. $9\sqrt{10}$ หน่วย
- ง. $10\sqrt{10}$ หน่วย

31. ให้ AE แบ่งครึ่งมุม FEB , CE แบ่งครึ่งมุม BED ถ้า AC ยาว 14 หน่วย , AF ยาว 8 หน่วย , FE ยาว 3 หน่วย ED ยาว $7\sqrt{2}$ หน่วย จงหาความยาวของ \overline{CD}



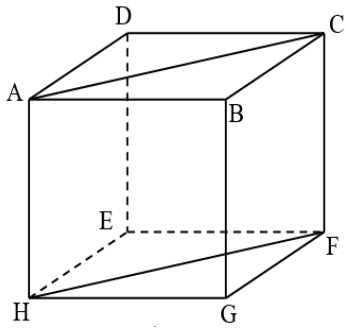
- ก. 4 หน่วย
- ข. 4.5 หน่วย
- ค. 5 หน่วย
- ง. 5.5 หน่วย

32. จงหาค่าความยาวของ \overline{AD}



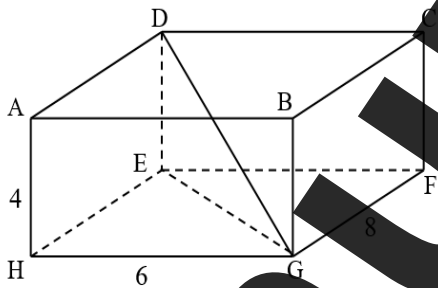
- ก. $3\sqrt{7}$ หน่วย
- ข. $3\sqrt{5}$ หน่วย
- ค. $2\sqrt{7}$ หน่วย
- ง. $2\sqrt{5}$ หน่วย

33. จากรูป ลูกบาศก์แต่ละด้านยาวด้านละ 2 หน่วย จงหาพื้นที่ของ $\square ACFH$



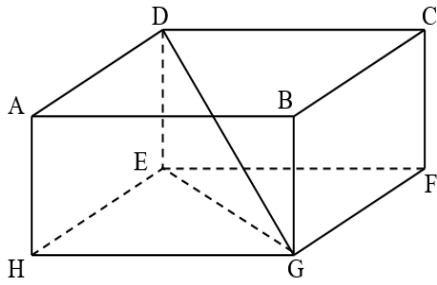
- ก. $3\sqrt{3}$ ตารางหน่วย
- ข. $3\sqrt{2}$ ตารางหน่วย
- ค. $4\sqrt{2}$ ตารางหน่วย
- ง. $4\sqrt{3}$ ตารางหน่วย

34. จากรูป จงหาความยาวของ \overline{DG}



- ก. $\sqrt{31}$ หน่วย
- ข. $2\sqrt{31}$ หน่วย
- ค. $\sqrt{29}$ หน่วย
- ง. $2\sqrt{29}$ หน่วย

35. จากรูป $\overline{DG} = 17$ หน่วย, $\overline{EG} = 15$ หน่วย, $\overline{HE} = 9$ หน่วย จงหาพื้นที่ผิวของกล่องใบนี้ที่ตารางหน่วย



- ก. 484 ตารางหน่วย
- ข. 496 ตารางหน่วย
- ค. 524 ตารางหน่วย
- ง. 552 ตารางหน่วย

ajnunu.com