

กนกน

เอกสารประกอบการเรียน
วิชา คณิตศาสตร์

การดำเนินการคณิตศาสตร์
operation

เอกสารนี้เผยแพร่ที่: ajnunu.com

ข้อกำหนดในการใช้เอกสาร: เอกสารประกอบการเรียนนี้เป็นผลงานการเรียบเรียงของ อ.วิษณุ วงศ์ธรรมสิริ ซึ่งได้รับความคุ้มครองตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ ผู้ที่ต้องการเผยแพร่ส่วนหนึ่งส่วนใดของเอกสารนี้ หรือใช้เอกสารนี้ในการประกอบการสอน ต้องได้รับการยินยอมเป็นลายลักษณ์อักษรก่อนเท่านั้น



การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ operation

ก่อนที่จะเราจะทำการศึกษาเรื่องของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ Operation นั้น เราคงต้องมาทำความเข้าใจก่อนว่า “ การดำเนินการทางคณิตศาสตร์นั้นคืออะไร ? ”

เหตุการณ์ที่ 1

$$\frac{(4 \times 5) - 2 + 6}{8} = ?$$

นาย A นาย B

3

จาก**เหตุการณ์ที่ 1** นาย A ได้ถามคำถามโจทย์คณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะเห็นได้ว่าเป็นการนำตัวเลขต่าง ๆ นั้นมา บวก ลบ คูณ หารกัน โดยเป็นที่เข้าใจกันอยู่แล้วว่า การกระทำของแต่ละเครื่องหมายนั้นมีหมายความว่าอะไร ดังนั้นจึงทำให้นาย B สามารถที่จะตอบคำถามโจทย์คณิตศาสตร์ที่นาย A ถามได้อย่างถูกต้อง

เหตุการณ์ที่ 2

ตอนแรก

$2 * 5 = ?$

นาย ก นาย ข

อะไรหออ? ไม่เข้าใจ!!!
2 ดอกจัน 5 คืออะไรหออ?

ตอนหลัง

$หน้า * หลัง = (หน้า \times หลัง) - หน้า$

นาย ก นาย ข

อ้อ!!! ล้างัน
2 * 5 เท่ากับ 8

จาก**เหตุการณ์ที่ 2** ใน**ตอนแรก**นั้น จะสังเกตได้ว่านาย ก ได้ถามนาย ข ว่า $2 * 5$ มีค่าเท่ากับเท่าไร ซึ่งแน่นอนว่านาย ข นั้นไม่สามารถที่จะตอบได้ เพราะว่าการดำเนินการด้วยเครื่องหมาย * ระหว่าง 2 กับ 5 นั้น เป็นสิ่งที่นาย ข นั้นแต่งขึ้นมาเองและไม่เป็นที่เข้าใจโดยทั่วไปว่าคือการดำเนินการอย่างไร

ใน**ตอนหลัง**นั้น นาย ก จึงได้อธิบายความหมายหรือเจตนาของการดำเนินการด้วยเครื่องหมาย * ว่าคืออะไรให้กับนาย ข ได้รับทราบ เมื่อนาย ข ได้เข้าใจความหมายหรือเจตนาของการดำเนินการด้วยเครื่องหมาย * ที่นาย ก ได้แต่งขึ้นมาแล้วนั้น นาย ข ก็สามารถทำการคำนวณค่าของ $2 * 5$ ตามความหมายหรือเจตนาของการดำเนินการด้วยเครื่องหมาย * ตามที่นาย ข อธิบายมาได้ ซึ่งคำตอบของ $2 * 5$ นั้นก็จะมีค่าเท่ากับ 8 นั่นเอง

สรุป

การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ด้วยเครื่องหมายที่นอกเหนือจากการ + , - , × , ÷ นั้น อาทิเช่น * , □ , △ หรืออื่นๆนั้น ย่อมไม่เป็นที่เข้าใจโดยทั่วไปว่าคือการกระทำอย่างไร ดังนั้นโจทย์จะต้องทำการอธิบายความหมายหรือเจตนาของการดำเนินการภายใต้เครื่องหมายนั้นๆให้ทราบ จึงจะสามารถคำนวณหาคำตอบได้

แบบฝึกหัดที่ 1.1

1. กำหนดให้ $a * b = a + b - ab$ แล้ว $10 * 3$ มีค่าเท่าไร

1) 17

2) 13

3) -17

4) -13

2. กำหนด $x \Delta y = x - y + xy$ แล้ว $9 \Delta \left(-\frac{1}{9}\right)$ มีค่าตรงกับข้อใด

1) $\frac{5}{9}$

2) $\frac{73}{9}$

3) $\frac{61}{9}$

4) $\frac{83}{9}$

3. ให้ $m * n = \frac{3m^2n - 4mn^2}{2n}$ แล้ว $4 * \left(-\frac{1}{2}\right)$ มีค่าเท่าไร

1) 24

2) 28

3) 30

4) 32

4. กำหนดให้ $x * y = (x \div y) - xy + y$ แล้ว $1 - \frac{2}{4*4}$ เท่ากับเท่าไร

1) $\frac{13}{11}$ 2) $\frac{9}{5}$ 3) $\frac{11}{5}$ 4) $\frac{13}{5}$

5. กำหนดให้ $p \Delta q = \frac{1}{p \times q} - \frac{1}{(p+1) \times (q+1)}$ จงหาค่าของ $\frac{1}{3 \Delta 4}$ ตรงกับข้อใด

1) 30

2) 36

3) 40

4) 44

6. ถ้า $x * y = 3x + 2y$ แล้วข้อใดเป็นจริง

1) $3 * 2 = 2 * 2$ 2) $1 * 2 = 2 * 1$ 3) $2 * 2 = 3 * 3$ 4) $2 * 3 = 3 * 1.5$

7. ถ้า $(a \# b) * c = (a + b)(a - c)$ แล้ว $(1 \# 3) * 2$ มีค่าเท่าไร

1) -4

2) -10

3) 14

4) 8

8. กำหนดให้ $(x \bigcirc y) \Delta z = (x + y)(y - z)$ ข้อใดมีค่าน้อยที่สุด

1) $(1 \bigcirc 2) \Delta 3$

2) $(1 \bigcirc 3) \Delta 2$

3) $(2 \bigcirc 1) \Delta 3$

4) $(3 \bigcirc 2) \Delta 1$

9. กำหนด $a \Delta b \Delta c = \frac{a+b}{c} + \frac{a+c}{b} + \frac{b+c}{a}$

ถ้า $(2 \times 10^2) \Delta (3 \times 10^3) \Delta (4 \times 10^4) = A \times 10^n$ เมื่อ $0 \leq A < 10$ จงหาค่าของ $A + n$

1) 5.2848

2) 4.2848

3) 3.2848

4) 2.2848

10. ถ้า $p * q = \frac{p-q}{2p}$ แล้วค่าของ $(p-q) * (q-p)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{1}{4}$

2) 1

3) 3

4) 5

11. ถ้า $x * (x - y) = x^2 + y^2$ แล้ว $6 * 4$ เท่ากับเท่าไร

1) 29

2) 31

3) 35

4) 40

12. กำหนดให้ $m * (m - 2n) = m^3 - n^2$ ค่าของ $3 * 5$ เท่ากับข้อใด

1) 26

2) 30

3) 36

4) 42

แบบฝึกหัดที่ 1.2

1. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริง และ $a * b = a(a - b)$ ค่าของ $5 * (8 * 3)$ คือข้อใด

1) -175

2) 25

3) 37

4) 120

2. กำหนดให้ $x * y = x + x^y$ เมื่อ x, y เป็นจำนวนจริง แล้ว $3 * (2 * 0)$ ตรงกับข้อใด

1) 4

2) 30

3) 56

4) 120

3. กำหนดให้ $m * n = \frac{m+n}{mn}$ เมื่อ $m, n > 0$ แล้วค่าของ $(2 * 4) * 1$ เท่ากับข้อใด

1) $\frac{7}{3}$

2) 2

3) $\frac{11}{3}$

4) 3

4. ให้ a, b เป็นจำนวนจริง และ $a * b = \frac{a+b}{2a}$ แล้ว $2 * (3 * 6)$ เท่ากับเท่าไร

1) $\frac{7}{8}$

2) $2\frac{11}{12}$

3) $3\frac{5}{6}$

4) 12

5. ถ้า $a \square b = \sqrt{a^2 + b^2}$ แล้วค่าของ $(6 \square 8) \square 24$ คือข้อใด

1) 22

2) 24

3) 26

4) 28

6. กำหนด $m * n = n^{m-1}$ แล้วค่าของ $3 * (6 * 8)$ เท่ากับจำนวนในข้อใด

1) $2^8 \times 8^4$

2) $2^{16} \times 4^7$

3) $4^7 \times 2^{12}$

4) 2^{24}

7. สำหรับจำนวนเต็ม a, b และ c ใดๆ ที่ $b \neq 0$ กำหนดให้ $a * b = c$ ก็ต่อเมื่อ c เป็นเศษเมื่อ a

หารด้วย b จงหาค่าของ $\frac{5*3}{10*6}$

1) $\frac{1}{2}$

2) 2

3) $\frac{5}{4}$

4) 42

8. $a * b = c$ ก็ต่อเมื่อ $b^c = a$ จงหา y เมื่อ $y = 64 * 4$

1) 3

2) 4

3) 6

4) 8

9. สำหรับจำนวนเต็ม a กำหนดให้ a^* หมายถึง $a-2$ เมื่อ $a \geq 50$ และ a^* หมายถึง $((a+4)^*)^*$ เมื่อ $a < 50$ จงหาจำนวน 32^* หมายถึงจำนวนเต็มในข้อใด
- 1) 49 2) 48 3) 32 4) 30

10. กำหนดให้ $x * y = \frac{xy}{x+y}$ เมื่อ $x > 0$ และ $y > 0$ ถ้า $a > 0, b > 0$ และ $c > 0$ แล้ว $(a * b) * c$ มี

ค่าเท่าใด

1) $\frac{abc}{a+b+c}$

2) $\frac{abc}{2a+2b+c^2}$

3) $\frac{abc}{ab+ac+bc}$

4) $\frac{abc}{a^2b+b^2c+c^2a}$

แบบฝึกหัดที่ 1.3

1. ถ้า m, n เป็นจำนวนเต็มโดยที่ $m \neq n$ และ $m \geq 0, n \geq 0$

$$m * n = |m^2 - n^2| \text{ แล้ว } (3 * 2) * (5 * 4) \text{ มีค่าเท่าใด}$$

1) 24

2) 48

3) 56

4) 64

2. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง $a \Delta b = b^a$ ค่าของ $\frac{3\Delta(1\Delta(3\Delta3))}{((1\Delta3)\Delta1)\Delta3}$ เป็นเท่าไร

1) 1,024

2) $\frac{1}{9}$ 3) $\frac{1}{3}$

4) 6,561

3. ถ้า a, b และ c เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ $a \neq 0$ แล้ว $a * b = c$ จะหาได้เมื่อ c เป็นเศษจากการ

หาร b ด้วย a จงหาว่า $\frac{(4 * 11) * 7}{(3 * 14) * 9}$ เท่ากับข้อใด

1) $\frac{1}{4}$

2) $\frac{1}{3}$

3) 1

4) 1.5

4. ถ้า $p * q = \begin{cases} p + q & \text{เมื่อ } p < q \\ pq & \text{เมื่อ } p = q \\ p - q & \text{เมื่อ } p > q \end{cases}$ แล้ว จงหาค่าของ $10 * [(6 * 7) * 3]$

1) 96

2) 100

3) 124

4) 150

5. $x \Delta y = \frac{xy}{x-y}$, $x \square y = \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{xy}$ จงหาค่า $(15 \Delta 5) \square (20 \Delta 10)$

1) $\frac{11}{900}$

2) $\frac{900}{11}$

3) $\frac{11}{9,000}$

4) $\frac{9,000}{11}$

6. กำหนดให้ $a * b = a^2 - 2ab^2$ และ $a \Delta b = 3a - 4b^2$ โดยที่ a, b เป็นจำนวนจริง แล้ว $(-2 * 1) \Delta 5$ ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1) 13

2) -28

3) 52

4) -76

แบบฝึกหัดที่ 1.4

1. ถ้า $x * y = xy + x + y$ แล้ว $1 * \frac{1}{2} * \frac{1}{3} * \frac{1}{4} * \dots * \frac{1}{10,000}$ มีค่าเท่าใด

1) 9,000

2) 10,000

3) 4,500

4) 5,000

2. กำหนดให้ $x \Delta y = (x + y) + xy$

ถ้า $a = 1 \Delta \frac{1}{2} \Delta \frac{1}{3} \Delta \frac{1}{4} \Delta \dots \Delta \frac{1}{3,666}$ แล้วค่าของ $(a - 66) \div 12$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1) 200

2) 212

3) 300

4) 320

3. กำหนด $m * n = (m - 8)^{n-3}$

จงหาค่าของ $\frac{(2 * 5)(3 * 7) \dots (2007 * 4015)}{(5 * 2)(7 * 3) \dots (4015 * 2007)}$

1) $\frac{1}{2007}$

2) 2007

3) 2007^2

4) 0

4. กำหนดให้ $x \triangle y = \frac{xy^2 - 4}{y^2 - x}$ เมื่อ x, y เป็นจำนวนจริง

จงหาค่าของ $1 \triangle (2 \triangle (3 \triangle (\dots \triangle (499 \triangle 500) \dots)))$

1) $-\frac{45}{7}$

2) -1

3) $\frac{21}{4}$

4) 0

5. กำหนดตัวดำเนินการดังนี้

$$\text{นิยาม } x * y = \frac{\sqrt{x^2 + 3xy + y^2 - 2x - 2y + 4}}{xy + 4}$$

จงหาค่าของ $((\dots((1,000 * 999) * 998) * \dots) * 3) * 2) * 1$

1) $\frac{\sqrt{15}}{9}$

2) $\frac{\sqrt{13}}{7}$

3) $\frac{\sqrt{5}}{11}$

4) $\frac{\sqrt{11}}{7}$

6. ให้ $a * 0 = a - 324$ และ $a * b = a * (b - 1)$ โดยที่ a และ b เป็นจำนวนจริง

จงหา $1999 * 248$ มีค่าเท่าไร

1) 1,675

2) 2,284

3) 3,627

4) 4,759

7. กำหนดให้ $m * n = 24m + n$ สำหรับ $m \leq n$

และ $m * n = \frac{m}{2} * 2n$ สำหรับ $m > n$

จะได้ $1,960 * 1$ มีค่าเท่าไร

1) 648

2) 799

3) 884

4) 996

8. ให้ Δ เป็นการดำเนินการในจำนวนเต็ม กำหนดโดย $a \Delta 1 = a'$, $a \Delta b' = (a \Delta b)'$ และ $a' = a + 3$ จงหาค่าของ $4 \Delta 7$

1) 13

2) 12

3) 10

4) 8

แบบฝึกหัดที่ 2.1

1. นิยาม $a \Delta b = -a - b - 2$ ถ้า $x \Delta 4 = 4$ จงหาค่า x

1) -8

2) 1

3) 6

4) -10

2. ให้ m และ n เป็นจำนวนเต็มบวก โดย $m * n = n(m + n)$ ถ้า $4 * n = 12$ แล้ว n มีค่าเท่าไร

1) 1

2) 2

3) 7

4) 10

3. ให้ $a \Delta b = \frac{ab + 6(a + b)}{2}$ ถ้า $a \Delta 2 = 18$ และ $3 \Delta 4 = x$ แล้ว $a + x$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1) 22

2) 24

3) 26

4) 30

4. กำหนดให้ $x * y = \frac{\sqrt{x^3} - 4xy}{10y^2}$ ถ้า $\frac{1}{4 * \frac{2}{5}} * a = -\frac{7}{40}$ แล้ว a มีค่าเท่าไร

1) $-\frac{5}{4}$

2) 3

3) $-\frac{7}{4}$

4) 2

5. กำหนด $\square(a) = a(a-2)$ ค่า m ที่สอดคล้องกับสมการ $\square(2+m) = 2 + \square(m)$ เท่ากับเท่าไร

1) $\frac{1}{2}$

2) $-\frac{1}{2}$

3) $\frac{1}{4}$

4) $-\frac{1}{4}$

6. สำหรับจำนวนจริง x, y ใดๆ กำหนด $x\Delta y = \left(\frac{x+y+1}{2}\right)$ ถ้า $m\Delta(m\Delta 12) = 2m$

เมื่อ m เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว m มีค่าเท่าใด

1) 4

2) 3

3) 2

4) 1

7. x, y เป็นจำนวนจริง กำหนดให้ $x * y = \frac{5xy}{x+y}$ ถ้า $x * 2 = 6$ และ $x * y = 10$ แล้วค่าของ y

เท่ากับข้อใด

1) 2

2) 4

3) 6

4) 10

8. ให้ x และ y เป็นจำนวนเต็ม

$$\text{กำหนดให้ } x \diamond y = x^{y-x}$$

ถ้า $\frac{A \diamond (3 \diamond (4 \diamond 5))}{(1 \diamond 2) \diamond 3} = 1$ แล้ว ผลคูณของค่า A ที่เป็นไปได้ทั้งหมดมีค่าเท่าไร

1) 3

2) 1

3) -3

4) -1

9. นิยาม สำหรับจำนวนจริง a, b และ c ใดๆ

$$a * b = c \text{ ก็ต่อเมื่อ } b^{c+1} - 15 = a$$

ถ้า $x = 110 * 5$ แล้วค่าของ y จาก $y * x = 3$ คือข้อใด

1) 1

2) 2

3) 8

4) 16

10. กำหนด $p * q = p^{q+1}$ เมื่อ p และ q เป็นจำนวนจริง

ถ้า $m * 2 = 27$ และ $5 * n = 125$ จงหาค่าของ $(m * n) + (n * m)$

1) 27

2) 38

3) 43

4) 60

11. กำหนด $x \Delta y = \frac{x}{y} + x - 6$ เมื่อ x, y เป็นจำนวนจริงใดๆ ที่ $y \neq 0$

คำตอบของสมการ $(a - 1) \Delta 2 \geq a \Delta 3$ คือข้อใด

1) $a \geq 9$

2) $a \geq 12$

3) $a \leq -12$

4) $a \leq -10$

12. ให้ $x * y = \frac{mx + y}{n}$ เมื่อ $n \neq 0$, $2 * 5 = 3$, $4 * 7 = 5$ จงหาค่าของ $m + n$

1) 3.6

2) 5

3) 7.2

4) 10

13. กำหนด $a * b = 2$

$$(a * b) + 2b = 10$$

และ $m * n = m^2 - m - n$

ถ้า $m > 0$ แล้วค่าของ n^m ตรงกับข้อใด

1) 2

2) 8

3) $\frac{1}{16}$

4) 64

แบบฝึกหัดที่ 2.2

1. กำหนด $a \triangle b = a(a + b)$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มบวกใดๆ

ถ้า $m \triangle n = 55$ แล้วค่าน้อยที่สุดของ $n \triangle m$ มีค่าเท่าใด

1) 48

2) 54

3) 60

4) 66

2. กำหนดให้ x และ y เป็นจำนวนเต็มบวกใดๆ $x * y = x(x + y)$ ถ้า $x * y = 35$ แล้ว ค่ามากที่สุดของ $y * x$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 984

2) 1,190

3) 2,400

4) 3,656

3. ให้ p และ q เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่ง $p < q$ จาก $p * q = p^2 - q^2$ ถ้า p และ q มี ห.ร.ม. และ ค.ร.น. เท่ากับ 5 และ 13 ตามลำดับ แล้วค่ามากที่สุดของ $p * q$ ตรงกับข้อใด

1) -4,224

2) -625

3) -144

4) 120

4. กำหนดให้ $m * n = m(3m + 2n)$ โดยที่ m, n เป็นจำนวนเต็มบวก

ถ้า $x * y = 39$ และ $x < y$

แล้ว $y * x$ มีค่าเท่าใด

1) 45

2) 1,008

3) 196

4) 3,645