

เซต (set)

เซต (set) เป็นคำในทางคณิตศาสตร์ที่ไม่นิยามความหมาย แต่ใช้บ่งบอกถึงกลุ่มของสิ่งต่างๆ เช่น นก 1 คู่, ช้าง 1 โขลง, นักฟุตบอล 1 ทีม ฯลฯ ในทางคณิตศาสตร์ใช้แทนว่า นก 1 เซต, ช้าง 1 เซต, นักฟุตบอล 1 เซต เซตจะไม่ใช้กับสิ่งที่บ่งบอกคุณภาพ เช่น เซตคนสวย เป็นต้น

ชื่อเซต เขียนแทนด้วยอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่ เช่น A, B, C, ...

เรียกสิ่งที่อยู่ในเซตว่า สมาชิก สัญลักษณ์แทนคำว่าสมาชิก คือ

a เป็นสมาชิกของ A เขียนแทนด้วย

b ไม่เป็นสมาชิกของ A เขียนแทนด้วย

สัญลักษณ์แทนเซตที่ควรทราบ

R	แทน	
R ⁺	แทน	
R ⁻	แทน	
I	แทน	
I ⁺	แทน	
I ⁻	แทน	
Q	แทน	
Q ⁺	แทน	
Q ⁻	แทน	
Q'	แทน	
N	แทน	

การเขียนเซต

เราสามารถเขียนเซตได้ 2 แบบ คือ

1. แบบแจกแจงสมาชิก เป็นการเขียนเซตโดยการเขียนสมาชิกทุกตัวลงในเครื่องหมายวงเล็บปีกกา และใช้เครื่องหมายจุลภาค (,) คั่นระหว่างสมาชิกแต่ละตัวในเซต

เช่น เซตที่มีสมาชิกประกอบด้วย a, b, c

จะเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกได้ ว่า

บางครั้งอาจใช้ “ ” เพื่อแสดงว่ายังมีสมาชิกตัวอื่นๆ ในเซตนั้นต่อไปอีก

เช่น เซตของจำนวนนับ เขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกได้ว่า

เซตของจำนวนนับที่น้อยกว่า 81 เขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกได้ว่า

2. **แบบบ่งบอกเงื่อนไข** คือ เขียนตัวแปรแทนสมาชิกทุกตัวของเซต และหลังตัวแปร มีเครื่องหมาย “ | ” ตามด้วยการบอกสมบัติของสมาชิก

เช่น $A = \{ x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มที่อยู่ระหว่าง } 0 \text{ กับ } 8 \} =$

$B = \{ y \mid y \in I^- \text{ และ } -8 < y < 3 \} =$

หมายเหตุ

1. เซต $\{ 1, 2, 1, 3, 2, 1 \}$ เป็นเซตที่ไม่ต่างจากเซต $\{ 1, 2, 3 \}$ เพื่อความสะดวกเราจะเขียนเซตที่สมาชิกในเซตเดียวกันซ้ำกันเพียงครั้งเดียว เช่น $\{ 1, 2, 1, 3, 2, 1 \}$ เขียนแทนด้วย $\{ 1, 2, 3 \}$
2. การสลับที่ระหว่างสมาชิกในเซตเดียวกันไม่ทำให้เซตเปลี่ยนแปลง เช่น $\{ 1, 2, 3 \}$ เป็นเซตเดียวกับ $\{ 1, 3, 2 \}$ หรือ $\{ 3, 2, 1 \}$
3. การนำเซตบางเซตมาเขียนเซตแบบบ่งบอกเงื่อนไข อาจเขียนได้มากกว่า 1 เซต เช่น $\{ 3, 5, 7 \}$ เขียนเซตแบบบ่งบอกเงื่อนไขได้เป็น $\{ x \mid x \text{ เป็นจำนวนคี่ระหว่าง } 2 \text{ กับ } 8 \}$ หรือ $\{ x \mid x \text{ เป็นจำนวนเฉพาะที่เป็นจำนวนคี่และน้อยกว่า } 10 \}$
4. เซตว่าง เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\{ \}$ หรือ $\emptyset$ แต่ $\{ 0 \}$ ไม่เป็นเซตว่าง เพราะมีสมาชิก 1 ตัว 0 และ $\{ \emptyset \}$ ก็ไม่เป็นเซตว่าง เพราะมีสมาชิก 1 ตัว
5. การเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกจากเซตที่เขียนแบบบ่งบอกเงื่อนไข ต้องพิจารณาจากขอบเขตที่กำหนดให้ หากไม่กำหนดมาถือว่า ให้พิจารณาในขอบเขตของจำนวนจริง (R) ตัวอย่างเช่น

$$Y = \{ x \mid 5 < x \leq 9 \} \text{ และ } Z = \{ x \in I \mid 5 < x \leq 9 \}$$
 เซต Y ไม่กำหนดขอบเขตการพิจารณา ถือว่า ขอบเขตเป็นจำนวนจริง ดังนั้น $5.5 \in Y$, $6.123 \in Y$ แต่เซต Z กำหนดขอบเขตมา คือ จำนวนเต็ม ดังนั้น $Z = \{ 6, 7, 8, 9 \}$

แบบฝึกหัดที่ 1**1. จงเขียนเซตในแต่ละข้อต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก**

- (1) เซตของประเทศที่มีพรมแดนติดกับประเทศไทย
- (2) เซตของจำนวนเต็มคู่บวก
- (3) เซตของสระในภาษาอังกฤษ
- (4) เซตของจำนวนเต็มบวก
- (5) เซตของจำนวนเต็มลบที่น้อยกว่า -100
- (6) เซตของจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 8
- (7) เซตของจำนวนเต็มหารด้วย 5 ลงตัว
- (8) เซตของจำนวนเต็มระหว่าง 4 กับ 8
- (9) เซตของจำนวนนับ
- (10) เซตของจำนวนนับที่สอดคล้องกับสมการ $x^2 + 4x = 0$
- (11) เซตของจำนวนเต็มที่สอดคล้องกับสมการ $x^2 + 3x + 2 = 0$
- (12) เซตของจำนวนเต็มที่สอดคล้องกับสมการ $x^3 - 1 = 0$
- (13) เซตของจำนวนเต็มที่สอดคล้องกับสมการ $3x^2 - x - 2 = 0$

(14) เซตของจำนวนเต็มที่สอดคล้องกับสมการ $x^2 = 2x$

(15) เซตของจำนวนเต็มที่สอดคล้องกับสมการ $3x < 35$

(16) เซตของจำนวนเฉพาะบวกที่น้อยกว่า 15

(17) $\{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ และ } x^2 - 3x = 0\}$

(18) $\{x \mid x \in \mathbb{I} \text{ และ } x^2 - 3x = 0\}$

(19) $\{x \mid x \in \mathbb{I}^+ \text{ และ } x < 5\}$

(20) $\{x \mid x \in \mathbb{I} \text{ และ } x \leq 4\}$

(21) $\{x \mid x \in \mathbb{I}^- \text{ และ } x^2 - 5x + 4 = 0\}$

(22) $\{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ และ } x^2 + 1 = 0\}$

$$(23) \{ x \mid x \in I \text{ และ } 3x \geq 30 \}$$

$$(24) \{ x \mid x \in N \text{ และ } -4 \leq x \leq 2 \}$$

$$(25) \{ x \mid x \in I \text{ และ } x^2 = 4 \}$$

2. จงเขียนเซตในแต่ละข้อต่อไปนี้แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกในเซต

$$(1) \{ 1, 3, 5, \dots \}$$

$$(2) \{ \dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$$

$$(3) \{ \dots, -6, -4, -2 \}$$

$$(4) \{ 1, 4, 9, \dots, 144 \}$$

$$(5) \{ -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \}$$

3. จงบอกจำนวนสมาชิกของเซตในแต่ละข้อต่อไปนี้

(1) $\{a, b, c, d, e\}$

(2) $\{0, 1, 2, 1, 0\}$

(3) $\{12345\}$

(4) $\{1, \{2, 3, 4, 5, 6\}\}$

(5) $\{\{a, b, c\}, a, \{b, c\}\}$

(6) $\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า } 5\}$

(7) $\{x \mid x \in I \text{ และ } 6x^2 + 7x - 3 = 0\}$

(8) $\{x \in \mathbb{N} \mid x = 1 - \frac{1}{n}, n \in \mathbb{I}^+ \text{ และ } n < 5\}$

การเท่ากันและการเทียบเท่ากันของเซต

1. เซตที่เท่ากัน คือ _____
 เขียนแทนเซต A เท่ากับ เซต B ด้วย _____
 เช่น $A = \{a, b, c\}$ และ $B = \{a, a, c, b\}$ ดังนั้น _____
2. เซตที่เทียบเท่ากัน คือ _____
 เขียนแทนเซต A เทียบเท่ากันกับ เซต B ด้วย _____
 เช่น $A = \{a, b, c\}$ และ $B = \{1, 2, 3\}$ ดังนั้น _____

แบบฝึกหัดที่ 2

1. ให้เขียนเครื่องหมาย ✓ หน้าข้อที่ถูกต้อง และเขียนเครื่องหมาย ✗ หน้าข้อที่ผิด

- (1) $a = \{a\}$
 (2) $a \leftrightarrow \{a\}$
 (3) $\{1, 2\} = \{12\}$
 (4) ถ้า $A = B$ แล้ว A เทียบเท่ากับ B
 (5) ถ้า A เทียบเท่ากับ B แล้ว $A = B$
 (6) ถ้า $A = B$ และ $B = C$ แล้ว $A = C$
 (7) ถ้า $A \neq B$ และ $B \neq C$ แล้ว $A \neq C$
 (8) $\{x \in \mathbb{N} \mid 5 < x < 8\} = \{x \in \mathbb{I} \mid 5 < x < 8\}$
 (9) $\{x \in \mathbb{N} \mid -3 < x < 3\} = \{x \in \mathbb{I} \mid -3 < x < 3\}$
 (10) $\{x \in \mathbb{N} \mid -3 < x < 3\} \leftrightarrow \{x \in \mathbb{I} \mid -3 < x < 3\}$

2. จงพิจารณาเซตในแต่ละข้อต่อไปนี้ว่ามีข้อใดบ้างที่เป็นเซตที่เท่ากัน กรณีเป็นเซตที่ไม่เท่ากัน จงพิจารณาว่า เป็นเซตเทียบเท่าหรือไม่

- (1) $A = \{0, 1, 2, 3, \dots, 9\}$
 $B = \{x \in \mathbb{I} \mid x < 10\}$
- (2) $C = \{10, 20, 30, 40\}$
 $D = \{30, 40, 10, 20, 30\}$
- (3) $E = \{x \mid x^2 - x = 0\}$
 $F = \{x \mid x - 1 = 0\}$

(4) $G = \{1\}$

$H = \{\{1\}\}$

(5) $I = \{x \mid x \in I \text{ และ } x^2 = 25\}$

$J = \{5\}$

(6) $K = \{x \mid x = 1 + \frac{1}{y} \text{ และ } y \in \mathbb{I}^+ \text{ และ } y < 5\}$

$L = \{x \mid x = 1 + \frac{1}{y} \text{ และ } y \in \mathbb{N} \text{ และ } y < 5\}$

(7) $M = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนที่ระหว่าง } 1 \text{ และ } 10\}$

$N = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

(8) $P = \{x \mid x \in \mathbb{I} \text{ และ } x \leq 10\}$

$Q = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, 10\}$

ชนิดของเซต

1. เซตจำกัด คือ _____

เช่น

$A = \{1, 2, 3\}$

A มีจำนวนสมาชิก _____ ตัว ดังนั้น A เป็นเซตจำกัด

$B = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ และ } 2 < x < 3\}$

B มีจำนวนสมาชิก _____ ตัว ดังนั้น B เป็นเซตจำกัด

2. เซตอนันต์ คือ _____

เช่น

$A = \{1, 2, 3, \dots\}$

$B = \{x \mid x \in \mathbb{Q} \text{ และ } 0 < x < 3\}$

ข้อควรระวัง!!

บางคนอาจเข้าใจว่าเซตบางเซตที่มีจำนวนสมาชิกมาก ๆ เป็นเซตอนันต์ ซึ่งไม่เป็นจริงเสมอไป ตัวอย่างเช่น เซตของเส้นผม เซตของเม็ดทราย ต่างก็เป็นเซตจำกัด เซตเหล่านี้สามารถนับจำนวนสมาชิกได้และมีสมาชิกไม่เกินจำนวนนับจำนวนหนึ่ง ซึ่งวิธีการนับอาจจะยากแต่ก็สามารถหาได้

แบบฝึกหัดที่ 3

1. จงพิจารณาเซตในแต่ละข้อต่อไปนี้ว่าเป็นเซตอนันต์ หรือเซตจำกัด

- (1) $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$
- (2) $\{a, \{a\}, \{\{a\}\}, \{\{\{a\}\}\}, \dots\}$
- (3) $\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มลบ}\}$
- (4) เซตของจำนวนพลเมืองในโลกในขณะนี้
- (5) เซตของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางร่วมกัน
- (6) เซตของจำนวนเต็มคู่ที่มี 7 เป็นหลักสิบ
- (7) เซตของจำนวนที่อยู่ระหว่าง 1 กับ 3
- (8) $\{x \mid x \in \mathbb{I} \text{ และ } x < 4\}$
- (9) เซตของวันในหนึ่งสัปดาห์
- (10) เซตของจำนวนเต็มที่น่าไปหาร 0 ได้ลงตัว

2. จงพิจารณาว่าเซตในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นเซตว่างหรือไม่เป็นเซตว่าง

- (1) $\{\phi\}$
- (2) เซตของชื่อเดือนใน 1 ปีที่มี 30 วัน
- (3) $\{x \mid x \neq x\}$
- (4) $\{x \mid \sqrt{x^2} = x\}$
- (5) $\{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ และ } 4 < x < 5\}$
- (6) $\{x \mid 4 < x \leq 5\}$
- (7) $\{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ และ } x + x = x^2\}$
- (8) $\{x \mid x \in \mathbb{I}^+ \text{ และ } x < 1\}$
- (9) เซตของจำนวนเต็มที่เป็นจำนวนนับ
- (10) $\{x \mid x^3 + 1 = 0\}$

สับเซต (subset)

บทนิยาม

เซต A เป็นสับเซตของเซต B ก็ต่อเมื่อ _____

สัญลักษณ์ ☐ แทนคำว่า “เป็นสับเซต”

สัญลักษณ์ ☐ แทนคำว่า “ไม่เป็นสับเซต”

เช่น $A = \{1, 2, 3\}$ และ $B = \{1, 2, 3, 4\}$

ดังนั้น ☐ แต่ ☐

ตัวอย่าง

1. จงหาสับเซตทั้งหมดของเซต $A = \{ \}$

วิธีทำ สับเซตที่มีสมาชิก _____ ตัว คือ _____ มี _____ สับเซต

∴ สับเซตทั้งหมดของเซต A คือ _____

2. จงหาสับเซตทั้งหมดของเซต $B = \{1\}$

วิธีทำ สับเซตที่มีสมาชิก _____ ตัว คือ _____ มี _____ สับเซต

สับเซตที่มีสมาชิก _____ ตัว คือ _____ มี _____ สับเซต

∴ สับเซตทั้งหมดของเซต B คือ _____

3. จงหาสับเซตทั้งหมดของเซต $C = \{1, 2\}$

วิธีทำ สับเซตที่มีสมาชิก _____ ตัว คือ _____ มี _____ สับเซต

สับเซตที่มีสมาชิก _____ ตัว คือ _____ มี _____ สับเซต

สับเซตที่มีสมาชิก _____ ตัว คือ _____ มี _____ สับเซต

∴ สับเซตทั้งหมดของเซต C คือ _____

4. จงหาสับเซตทั้งหมดของเซต $D = \{1, 2, 3\}$

วิธีทำ สับเซตที่มีสมาชิก _____ ตัว คือ _____ มี _____ สับเซต

สับเซตที่มีสมาชิก _____ ตัว คือ _____ มี _____ สับเซต

สับเซตที่มีสมาชิก _____ ตัว คือ _____ มี _____ สับเซต

สับเซตที่มีสมาชิก _____ ตัว คือ _____ มี _____ สับเซต

∴ สับเซตทั้งหมดของเซต D คือ _____

5. จงหาสับเซตทั้งหมดของเซต $E = \{1, 2, 3, 4\}$

วิธีทำ สับเซตที่มีสมาชิก _____ ตัว คือ _____ มี _____ สับเซต

สับเซตที่มีสมาชิก _____ ตัว คือ _____ มี _____ สับเซต

สับเซตที่มีสมาชิก _____ ตัว คือ _____ มี _____ สับเซต

สับเซตที่มีสมาชิก _____ ตัว คือ _____ มี _____ สับเซต

สับเซตที่มีสมาชิก _____ ตัว คือ _____ มี _____ สับเซต

∴ สับเซตทั้งหมดของเซต E คือ _____

สับเซตแท้ ถ้า $A \subset B$ และ $A \neq B$ เรียก A ว่าเป็นสับเซตแท้ของ B

ตัวอย่าง กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$

วิธีทำ

สับเซตของ A ทั้งหมด คือ _____

สับเซตแท้ของ A ทั้งหมด คือ _____

หมายเหตุ

- 1) ถ้าเซต A เป็นเซตจำกัด และมีสมาชิก n ตัว แล้วเซต A มีสับเซตทั้งหมด _____ สับเซต
- 2) ถ้าเซต A มีสมาชิก n ตัว เซต A จะมีสับเซตแท้ทั้งหมด _____ สับเซต
- 3) ถ้า A มีสมาชิก n ตัว แล้ว

จำนวนสับเซตที่มีสมาชิก 1 ตัว = n เซต

จำนวนสับเซตที่มีสมาชิก 2 ตัว = $\frac{n(n-1)}{2 \cdot 1}$ เซต

จำนวนสับเซตที่มีสมาชิก 3 ตัว = $\frac{n(n-1)(n-2)}{3 \cdot 2 \cdot 1}$ เซต

จำนวนสับเซตที่มีสมาชิก r ตัว =

ตัวอย่าง

1. เซต A มีจำนวนสมาชิก 5 ตัว จะมีสับเซตของ A ที่มีจำนวนสมาชิก 3 ตัว อยู่กี่สับเซต

2. เซต A มีจำนวนสมาชิก 12 ตัว จะมีสับเซตของ A ที่มีสมาชิก 5 ตัว อยู่กี่สับเซต

3. เซต A มีจำนวนสมาชิก 8 ตัว จะมีสับเซตของ A ที่มีสมาชิกอย่างน้อย 2 ตัว เป็นจำนวนกี่สับเซต

สมบัติของสับเซต

กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใดๆ

1. _____
2. _____
3. _____
4. _____
5. _____

แบบฝึกหัดที่ 4

1. กำหนดให้ $B = \{m, n, p\}$ จงพิจารณาข้อความในแต่ละข้อว่าถูกหรือผิด

- | | |
|--------------------------------|------------------------------|
| 1) $m \in B$ | 2) $\{m, n\} \subset B$ |
| 3) $\{m, n, p\} \subset B$ | 4) $\emptyset \subset \{m\}$ |
| 5) $\{p\} \subset \{B\}$ | 6) $\{n\} \subset B$ |
| 7) $m \subset B$ | 8) $\{m, p\} \in B$ |
| 9) $\{\{m, n, p\}\} \subset B$ | 10) $\emptyset \in B$ |

2. กำหนดให้ $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, 1, \{1\}, \{1, 2\}, 2, 3\}$ จงพิจารณาข้อความในแต่ละข้อว่าถูกหรือผิด

- | | |
|--------------------------|------------------------------|
| 1) $\emptyset \in A$ | 2) $\emptyset \subset A$ |
| 3) $\{\emptyset\} \in A$ | 4) $\{\emptyset\} \subset A$ |
| 5) $1 \in A$ | 6) $\{1\} \subset A$ |
| 7) $\{1, 2\} \in A$ | 8) $\{1, 2\} \subset A$ |
| 9) $\{1, 2, 3\} \in A$ | 10) $\{1, 2, 3\} \subset A$ |

3. จงพิจารณาข้อความในแต่ละข้อว่าถูกหรือผิด
- 1) $\phi \subset \{\phi\}$
 - 2) $\phi \in \{\phi\}$
 - 3) $\phi = 0$
 - 4) $\phi = \{0\}$
 - 5) $\phi = \{\phi\}$
 - 6) $\{\phi\} = \{\phi, \{\phi\}\}$
 - 7) $\phi \in \{\phi, \{\phi\}\}$
 - 8) $\phi \subset \{\phi, \{\phi\}\}$
 - 9) ถ้า A เป็นสับเซตของ B แล้ว A เป็นสับเซตแท้ของ B
 - 10) A เป็นเซตใดๆ A จะมีสับเซตแท้เสมอ
 - 11) สับเซตของเซตจำกัดเป็นเซตจำกัด
 - 12) สับเซตของเซตอนันต์เป็นเซตอนันต์
4. กำหนดให้ $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ จงหา
- 1) จำนวนสับเซตทั้งหมดของ A
 - 2) จำนวนสับเซตแท้ทั้งหมดของ A
 - 3) จำนวนสับเซตของ A ที่มีสมาชิก 1 ตัว
 - 4) จำนวนสับเซตของ A ที่มีสมาชิกอย่างน้อย 1 ตัว
 - 5) จำนวนสับเซตของ A ที่มีสมาชิก 7 ตัว
 - 6) จำนวนสับเซตของ A ที่มีสมาชิกอย่างมาก 6 ตัว
 - 7) จำนวนสับเซตแท้ทั้งหมดของ A ที่มีสมาชิกอย่างน้อย 1 ตัว

เอกภพสัมพัทธ์

เอกภพสัมพัทธ์ คือ _____

ใช้สัญลักษณ์ _____ แทน เอกภพสัมพัทธ์

ตัวอย่าง กำหนด $A = \{x \mid x < 10\}$

จงเขียนเซต A แบบแจกแจงสมาชิก เมื่อกำหนดเอกภพสัมพัทธ์ให้ในแต่ละข้อ

(1) $\mathcal{U} = \{3, 4, 5, 6\}$

(2) $\mathcal{U} = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$

(3) $\mathcal{U} = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

หมายเหตุ ถ้ากล่าวถึงเซตของจำนวนและไม่ได้กำหนดว่าเซตใดเป็นเอกภพสัมพัทธ์ในระดับชั้นนี้ให้ถือว่า เอกภพสัมพัทธ์คือเซตของจำนวนจริง

ตัวอย่าง กำหนด $\mathcal{U} = \mathbb{R}$ และ $A = \{x \mid x^2 = 4\}$, $B = \{x \mid 2x^2 - 7x + 3 = 0\}$

ดังนั้น $A = \underline{\hspace{2cm}}$

และ $B = \underline{\hspace{2cm}}$

แต่ถ้าเราเปลี่ยน $\mathcal{U}$ คำตอบของเซต A และ B ก็จะต่างไป เช่น

กำหนด $\mathcal{U} = \mathbb{I}^+$ และ $A = \{x \mid x^2 = 4\}$, $B = \{x \mid 2x^2 - 7x + 3 = 0\}$

ดังนั้น $A = \underline{\hspace{2cm}}$

และ $B = \underline{\hspace{2cm}}$

แบบฝึกหัดที่ 5

จงเขียนเซต A ในแต่ละข้อต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก

1) $A = \{ x \mid 3 < x < 4 \}$ เมื่อ $\mathcal{U} = \mathbb{N}$

2) $A = \{ x \mid x < 3 \}$ เมื่อ $\mathcal{U} = \mathbb{N}$

3) $A = \{ x \mid -3 < x < 2 \}$ เมื่อ $\mathcal{U} = \mathbb{N}$

4) $A = \{ x \mid -3 < x < 2 \}$ เมื่อ $\mathcal{U} = \mathbb{I}$

5) $A = \{ x \mid x \geq -5 \}$ เมื่อ $\mathcal{U} = \mathbb{N}$

6) $A = \{ x \mid -3 \leq x \leq 3 \}$ เมื่อ $\mathcal{U} = \mathbb{I}$

7) $A = \{ x \mid -3 \leq x \leq 3 \}$ เมื่อ $\mathcal{U} = \mathbb{I}^+$

8) $A = \{ x \mid -3 \leq x \leq 3 \}$ เมื่อ $\mathcal{U} = \mathbb{I}^-$

เพาเวอร์เซต (Power set)

บทนิยาม เพาเวอร์เซตของเซต A คือ _____
 ใช้สัญลักษณ์ _____ แทน เพาเวอร์เซตของเซต A

ตัวอย่าง จงหาเพาเวอร์เซตของเซต A เมื่อ $A = \{ 1, 2, 3 \}$

วิธีทำ สับเซตทั้งหมดของเซต A ได้แก่ _____

∴ $P(A) =$ _____

สมบัติของ Power set

1. ถ้า A เป็นเซตใดๆ แล้ว

1.1 _____

1.2 _____

1.3 _____

2. ถ้า A เป็นเซตจำกัดที่มีสมาชิกจำนวน n ตัว และ $n(P(A))$ แทน จำนวนสมาชิกของ $P(A)$ แล้ว

2.1 จำนวนสมาชิกของ $P(A) =$ _____ นั่นคือ $n(P(A)) =$ _____

2.2 จำนวนสมาชิกของ $P(P(A)) =$ _____ นั่นคือ $n(P(P(A))) =$ _____

2.3 จำนวนสมาชิกของ $P(P(P(A))) =$ _____ นั่นคือ $n(P(P(P(A)))) =$ _____

3. กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ

แบบฝึกหัดที่ 6

1. ให้เขียนเครื่องหมาย ✓ หน้าข้อที่ถูกต้อง และเขียนเครื่องหมาย ✗ หน้าข้อที่ผิด

..... (1) $\emptyset \in P(A)$

..... (2) $\emptyset \subset P(A)$

..... (3) $A \in P(A)$

..... (4) $A \subset P(A)$

..... (5) ถ้า $A \subset B$ แล้ว $P(A) \subset P(B)$

..... (6) ถ้า $P(A) \subset P(B)$ แล้ว $A \subset B$

..... (7) มีเซต A ซึ่งทำให้ $P(A) = \emptyset$

..... (8) มีเซต A ที่ทำให้จำนวนสมาชิกของเซต $P(A) = 26$ ตัว

..... (9) มีเซต A ซึ่งทำให้ $P(A)$ มีจำนวนสมาชิกเป็นจำนวนคี่ตัว

..... (10) มีเซต A และเซต B ที่ทำให้ $A \in B$ และ $A \subset B$

2. กำหนดให้ $A = \{\emptyset, 0, 2, 4, \{\emptyset\}, \{0\}, \{0, 2\}\}$ จงพิจารณาข้อต่อไปนี้เป็นถูกหรือผิด

1) $\emptyset \in P(A)$

2) $\{\emptyset\} \subset P(A)$

3) $\{\emptyset\} \in P(A)$

4) $\{\{\emptyset\}\} \in P(A)$

5) $\{0, 2\} \in P(A)$

6) $\{0, 2\} \subset P(A)$

7) $\{\{0, 2\}\} \in P(A)$

8) $\{\{0, 2\}\} \subset P(A)$

9) $\{\{\emptyset\}, 2\} \in P(A)$

10) $\{\{\emptyset\}, 2\} \subset P(A)$

แผนภูมิ เวนน์ – ออยเลอร์

การเขียนแผนภาพมักจะแทน $\mathcal{U}$ ด้วยรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า หรือรูปปิดใดๆ ส่วนเซต A, B, ... ซึ่งเป็นสับเซตของ $\mathcal{U}$ นั้น อาจเขียนแทนด้วยวงกลม วงรี หรือรูปที่มีพื้นที่จำกัดใดๆ

ตัวอย่าง $\mathcal{U} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $B = \{3, 4, 5, 6\}$

จงเขียนแผนภาพแทนเซตทั้งสองนี้

วิธีทำ



ตัวอย่าง $\mathcal{U} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ $A = \{1, 3, 4, 5, 7\}$ $B = \{5, 6, 7, 8\}$ $C = \{3, 5\}$

จงเขียนแผนภาพแทนเซตทั้งสามนี้

วิธีทำ



ให้ A และ B เป็นเซตใดๆ แผนภาพที่เป็นไปได้มี 5 แบบ คือ

1. A และ B ไม่มีสมาชิกร่วมกันเลย เรียกว่า เซตไม่มีส่วนร่วม
2. A และ B มีสมาชิกร่วมกัน
3. A เป็นสับเซตแท้ B
4. B เป็นสับเซตแท้ A
5. $A = B$

--	--	--	--	--

1

2

3

4

5

แบบฝึกหัดที่ 7

จงเขียนแผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์ ตามเงื่อนไขที่กำหนดไว้ในแต่ละข้อต่อไปนี้

กำหนด $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

(1) $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

(6) $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $B = \{4, 5, 6, 7\}$ $C = \{10\}$

(2) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$

(7) $A = \{3, 5, 7, 9\}$ $B = \{2, 4, 6, 8\}$ $C = \{6, 8, 10\}$

(3) $A = \{4, 6, 9\}$ $B = \{3, 4, 6, 7, 8, 9\}$

(8) $A = \{2, 4, 5, 6, 7\}$ $B = \{3, 7, 9, 10\}$ $C = \{7, 8\}$

(4) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ $B = \{1, 2, 3\}$

(9) $A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $C = \{5, 6, 7, 8\}$

(5) $A = \{7, 8, 9\}$ $B = \{7, 8, 9, 10\}$

(10) $A = \{3, 5, 7\}$ $B = \{1, 3, 5, 6, 7\}$ $C = \{7, 8, 9\}$

การปฏิบัติการทางเซต

การปฏิบัติการทางเซต คือ การสร้างเซตขึ้นใหม่จากเซตที่กำหนดให้มี 4 แบบ คือ

1. ยูเนียน (Union)

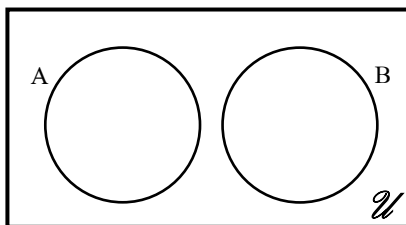
เซต A ยูเนียน เซต B คือ _____

เขียนแทนด้วย _____

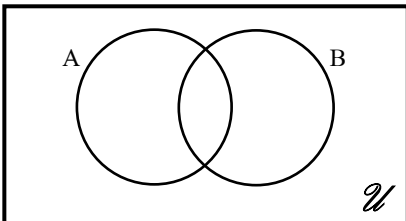
เช่น ถ้า $A = \{0, 1, 2, 3\}$ และ $B = \{1, 3, 5, 7\}$ จะได้ ; $A \cup B =$ _____

ถ้า $C = \{a, b, c, d\}$ และ $D = \{e, f, g\}$ จะได้ ; $C \cup D =$ _____

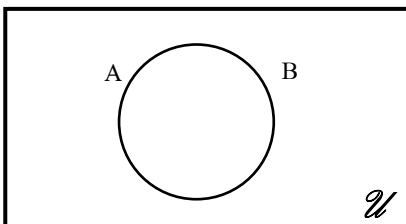
การแรเงาในแผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์ต่อไปนี้ เพื่อแสดงเซต $A \cup B$ ในรูปแบบต่างๆ



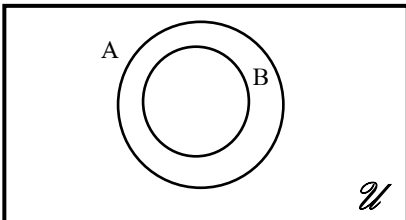
เซต A และเซต B ไม่มีสมาชิกร่วมกัน



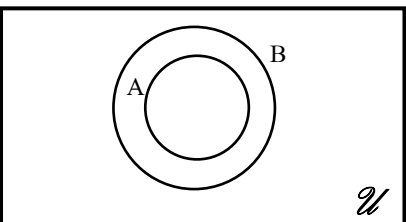
เซต A และเซต B มีสมาชิกร่วมกันบางส่วน



$A = B$ ก็ต่อเมื่อ $A \cup B = A$ และ $A \cup B = B$



$B \subset A$ ก็ต่อเมื่อ $A \cup B = A$



$A \subset B$ ก็ต่อเมื่อ $A \cup B = B$

2. อินเตอร์เซกชัน (Intersection)

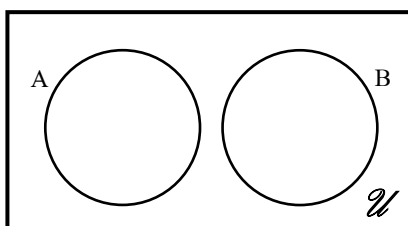
เซต A อินเตอร์เซกชัน เซต B คือ _____

เขียนแทนด้วย _____

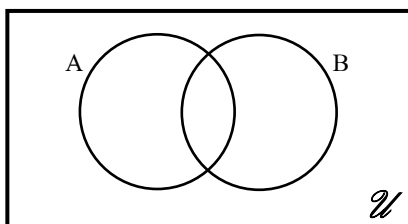
เช่น ถ้า $E = \{0, 1, 2, 3\}$ และ $F = \{0, 3, 5\}$ จะได้ ; $E \cap F =$ _____

ถ้า $G = \{0, 1, 2, 3\}$ และ $H = \{4, 5\}$ จะได้ ; $G \cap H =$ _____

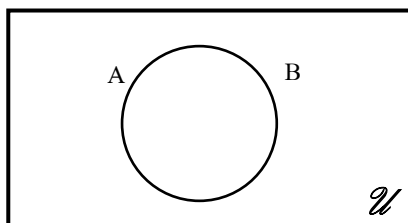
การเรเงาในแผนภาพเวนน – ออยเลอร์ต่อไปนี้ เพื่อแสดงเซต $A \cap B$ ในรูปแบบต่างๆ



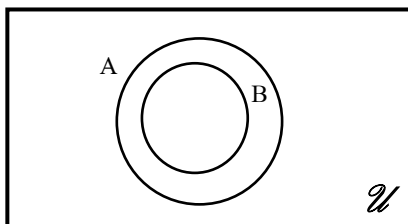
เซต A และเซต B ไม่มีสมาชิกร่วมกัน



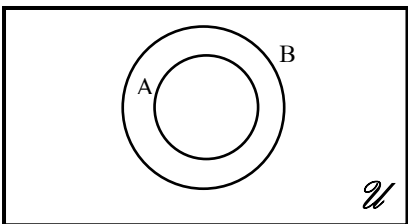
เซต A และเซต B มีสมาชิกร่วมกันบางตัว



$A = B$ ก็ต่อเมื่อ $A \cap B = A$ และ $A \cap B = B$



$B \subset A$ ก็ต่อเมื่อ $A \cap B = B$



$A \subset B$ ก็ต่อเมื่อ $A \cap B = A$

3. ผลต่าง (Difference)

ผลต่างระหว่างเซต A และเซต B คือ _____

เขียนแทนด้วย _____

ผลต่างระหว่างเซต B และเซต A คือ _____

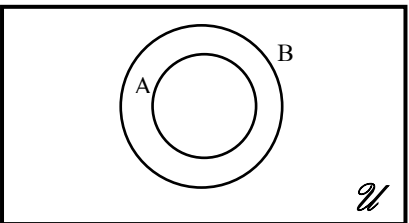
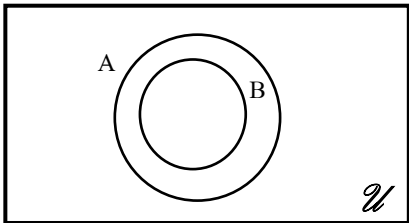
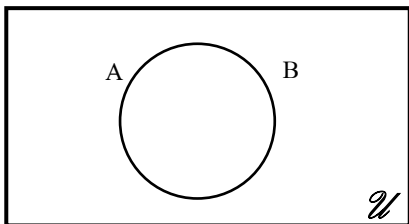
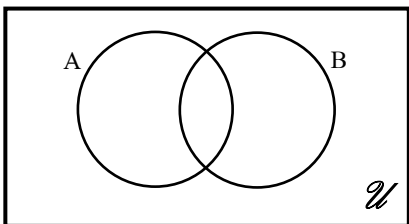
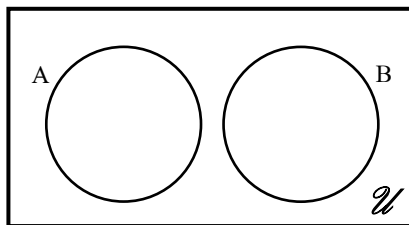
เขียนแทนด้วย _____

เช่น ถ้า $M = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ และ $N = \{3, 4, 5, 6, 7\}$

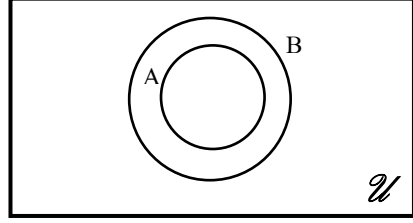
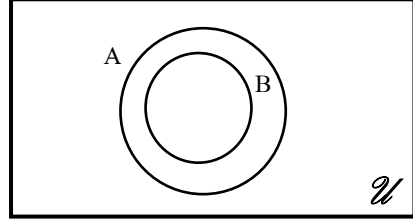
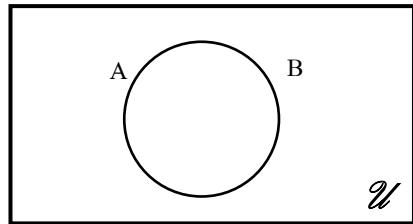
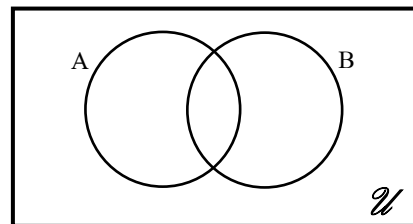
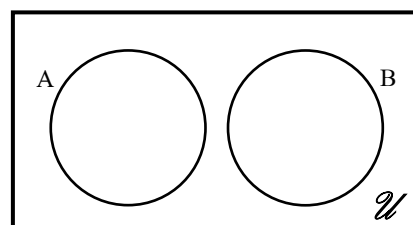
จะได้; $M - N =$ _____

และ $N - M =$ _____

การเรียงในแผนภาพเพื่อแสดงเซต $A - B$



การเรียงในแผนภาพเพื่อแสดงเซต $B - A$



4. คอมพลิเมนต์ (Complement)

คอมพลิเมนต์ของเซต A คือ _____

เขียนแทนด้วย _____

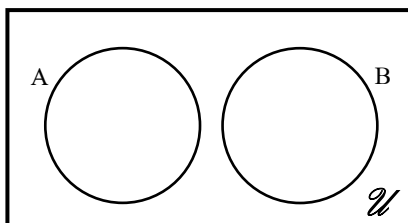
เช่น ถ้า $U = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$ และ $J = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

จะได้ ; $J' =$ _____

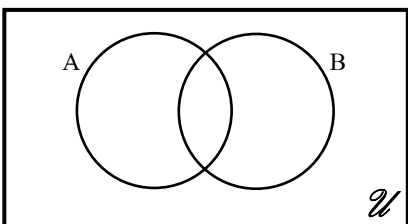
ถ้า $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ $K = \{0, 2, 4\}$ และ $L = \{3, 4\}$

จะได้ ; $K' =$ _____ และ $L' =$ _____

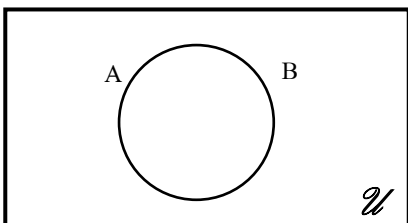
บริเวณที่แรเงาในแผนภาพของเวนน์ – ออยเลอร์ต่อไปนี้ แสดง A'



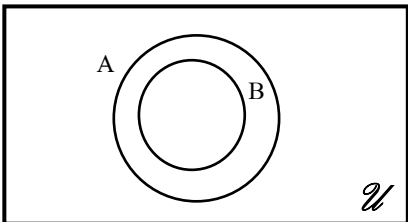
เซต A และเซต B ไม่มีสมาชิกร่วมกัน



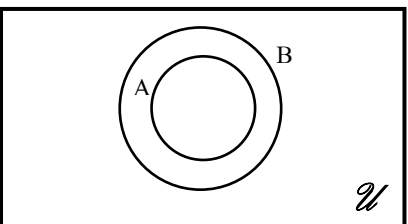
เซต A และเซต B มีสมาชิกร่วมกันบางตัว



$A = B$ ก็ต่อเมื่อ $A \cap B = A$ และ $A \cap B = B$



$B \subset A$ ก็ต่อเมื่อ $A \cap B = B$



$A \subset B$ ก็ต่อเมื่อ $A \cap B = A$

แบบฝึกหัดที่ 8

กำหนด $\mathcal{U} = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $B = \{1, 3, 5, 7\}$ จงหาเซตในแต่ละข้อต่อไปนี้

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| 1) $A \cap A$ = ... | 2) $A \cup A$ = ... |
| 3) $B \cap B$ = ... | 4) $B \cup B$ = ... |
| 5) $A \cup B$ = ... | 6) $A \cap B$ = ... |
| 7) A' = ... | 8) B' = ... |
| 9) $A - B$ = ... | 10) $B - A$ = ... |
| 11) $A' \cup B'$ = ... | 12) $A' \cap B'$ = ... |
| 13) $(A \cup B)'$ = ... | 14) $(A \cap B)'$ = ... |
| 15) $(A - B)'$ = ... | 16) $A \cap B'$ = ... |
| 17) $B \cap A'$ = ... | 18) $(B - A)'$ = ... |
| 19) $A' - B$ = ... | 20) $(A' - B)'$ = ... |
| 21) $B' - A'$ = ... | 22) $(B' - A')'$ = ... |

คุณสมบัติของเซต

เซตเป็นจริงตามกฎต่อไปนี้

1. 1.1 $A \cup A =$ _____ 1.2 $A \cap A =$ _____
2. 2.1 $(A \cup B) \cup C =$ _____ = _____
2.2 $(A \cap B) \cap C =$ _____ = _____
3. 3.1 $A \cup B =$ _____ 3.2 $A \cap B =$ _____
4. 4.1 $A \cup (B \cap C) =$ _____
4.2 $A \cap (B \cup C) =$ _____
5. 5.1 $A \cup \phi =$ _____ 5.2 $A \cap \mathcal{U} =$ _____
5.3 $A \cup \mathcal{U} =$ _____ 5.4 $A \cap \phi =$ _____
6. 6.1 $(A \cup B)' =$ _____ 6.2 $(A \cap B)' =$ _____
7. 7.1 $A \cup A' =$ _____ 7.2 $A \cap A' =$ _____
7.3 $(A')' =$ _____ 7.4 $\mathcal{U}' =$ _____
7.5 $\phi' =$ _____ 7.6 $A \cap B' =$ _____ = _____
8. 8.1 $A \cup (A \cap B) =$ _____ 8.2 $A \cap (A \cup B) =$ _____
8.3 $A \cup (A \cap B \cap C) =$ _____ 8.4 $A \cap (A \cup B \cup C) =$ _____
9. 9.1 $A - (B \cup C) =$ _____ 9.2 $A - (B \cap C) =$ _____
9.3 $(A \cup B) - C =$ _____ 9.4 $(A \cap B) - C =$ _____
10. $A \cup B = B$ แล้ว _____
 $A \subset$ _____ , $B \subset$ _____
_____ $\subset A$, _____ $\subset B$
11. $P(A) \cap P(B) =$ _____
ระวัง !!!!! $P(A) \cup P(B) \neq$ _____ แต่ $P(A) \cup P(B) \subset$ _____

แบบฝึกหัดที่ 9

จงพิสูจน์เอกลักษณ์ต่อไปนี้

1. $(A - B)' = A' \cup (A \cap B)$

2. $[(A \cap B) \cup (B \cap C)]' = B' \cup (A' \cap C')$

3. $A - (A \cap B) = A - B$

4. $[A \cup (A \cap B \cap C)] - (A \cap B) = A - B$

5. $(A - B) - C = A - (B \cup C)$

6. $[A \cup (B' \cap C)] \cap [A \cup (B \cap C')] = A$

จำนวนสมาชิกของเซตจำกัด

ถ้า A เป็นเซตใดๆ เขียน _____ แทน “จำนวนสมาชิกของเซต A”

ตัวอย่าง กำหนด $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $B = \{2, 5, 8, 10, 16\}$
จะได้ว่า ; $n(A) = \underline{\hspace{2cm}}$ และ $n(B) = \underline{\hspace{2cm}}$

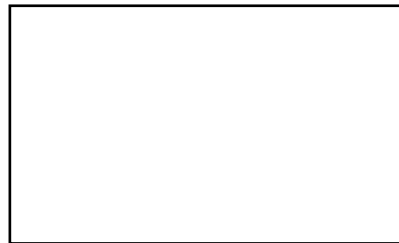
การเขียนแผนภาพของเวนน-ออยเลอร์ เพื่อกำหนดสมาชิกของแต่ละเซต เราสามารถทำได้ 2 แบบ คือ

1. เขียนสมาชิกทุกตัวลงในแต่ละเซต
2. เขียนจำนวนสมาชิกของแต่ละเซต

ตัวอย่าง กำหนด $\mathcal{U} = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$, $A = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$
เขียนแผนภาพของเวนน-ออยเลอร์ได้ 2 แบบ คือ



เขียนสมาชิกทุกตัว



เขียนจำนวนสมาชิก

จากแผนภาพ แสดงว่า $n(\mathcal{U}) = \underline{\hspace{2cm}}$, $n(A) = \underline{\hspace{2cm}}$, $n(B) = \underline{\hspace{2cm}}$

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนสมาชิกของเซตจำกัด

สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ 2 วิธี คือ

1. โดยใช้แผนภาพของเวนน-ออยเลอร์
2. โดยใช้สูตร

2.1 $n(A \cup B) = \underline{\hspace{4cm}}$

2.2 $n(A - B) = \underline{\hspace{4cm}}$ หรือ $n(A - B) = \underline{\hspace{4cm}}$

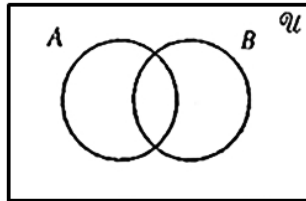
2.3 $n(A \cup B \cup C) = \underline{\hspace{4cm}}$

ตัวอย่าง ในห้องเรียนมีนักเรียนอยู่ 40 คน ปรากฏว่า 8 คนไม่เล่นกีฬาชนิดใดเลย มี 25 คนเล่นฟุตบอล มี 20 คน เล่นปิงปอง จงหาจำนวนนักเรียนที่เล่นทั้งฟุตบอลและปิงปอง

วิธีทำ

แบบฝึกหัดที่ 10

1.



ในแผนภาพที่กำหนดให้ U , A , B และ $A \cap B$ มีจำนวนสมาชิก 100, 40, 25 และ 6 ตัว ตามลำดับ
จงเติมจำนวนสมาชิกของเซตต่างๆ ลงในตารางต่อไปนี้

เซต	$A - B$	$B - A$	$A \cup B$	A'	B'	$(A \cup B)'$
จำนวนสมาชิก						

- นักเรียนชั้น ม.4 ในโรงเรียนแห่งหนึ่งมี 100 คน เล่นฟุตบอล 20 คน เล่นวอลเลย์บอล 15 คน ในจำนวนนี้เล่นทั้งฟุตบอล และวอลเลย์บอล 10 คน จงหา
 - จำนวนนักเรียนที่เล่นกีฬาเพียงอย่างเดียว
 - จำนวนนักเรียนทั้งหมดที่เล่นกีฬาทั้งสองประเภทนี้
 - จำนวนนักเรียนที่ไม่เล่นกีฬาทั้ง 2 ประเภทนี้
- นักเรียนผู้หนึ่งไปพักผ่อนตามอากาศที่พัทยา เขาสังเกตว่าช่วงที่เขาอยู่ที่พัทยามีฝนตก 13 วัน โดยไม่มีวันใดที่ฝนตกทั้งเช้าและบ่าย คือ ถ้าฝนตกตอนเช้าแล้วตอนบ่ายฝนจะไม่ตก มี 11 วันที่ฝนไม่ตกช่วงบ่าย และมี 12 วันที่ฝนไม่ตกช่วงเช้า จงหาว่านักเรียนผู้นี้ไปตากอากาศที่พัทยากี่วัน
- จากการสำรวจนักเรียนห้องหนึ่ง พบว่า
 - มี 20 คน ที่เลือกเรียนฝรั่งเศส หรือคณิตศาสตร์
 - ถ้าเลือกเรียนฝรั่งเศสแล้วจะต้องไม่เรียนคณิตศาสตร์
 - มีอยู่ 17 คน ที่ไม่เรียนคณิตศาสตร์
 - มีอยู่ 15 คน ที่ไม่เรียนฝรั่งเศส
 นักเรียนที่ไม่เรียนทั้งสองวิชามีจำนวนกี่คน
- จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่ชอบฟังเพลง จำนวน 75 คน พบว่า ชอบเพลงไทยเดิม 42 คน ชอบเพลงลูกทุ่ง 34 คน ชอบเพลงไทยสากล 27 คน ชอบทั้งเพลงไทยเดิมและไทยสากล 12 คน ชอบทั้งเพลงไทยเดิมและเพลงลูกทุ่ง 14 คน ชอบเพลงลูกทุ่งและเพลงไทยสากล 10 คน ชอบเพลงทั้งสามประเภท 7 คน จงหาจำนวนนักเรียนที่ชอบเพลงประเภทเดียว