

ตัวอย่างเอกสารประกอบการเรียน

กนกน

สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

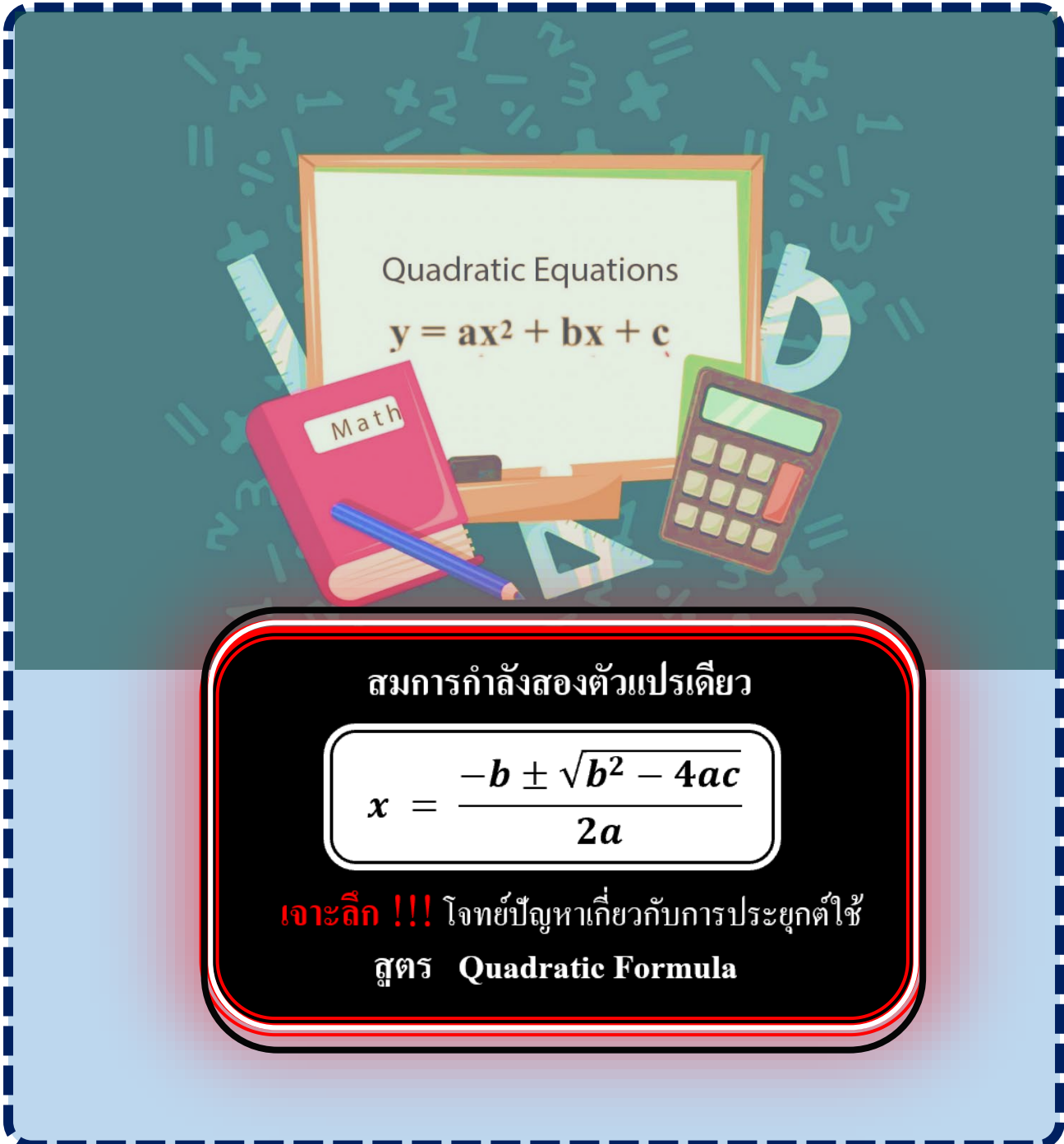
เจาะลึก !!! โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้

สูตร Quadratic Formula

เอกสารตัวเต็มมีจำนวน 55 หน้า

แบบฝึกหัดกว่า 100 ข้อ

ajnunu.com



สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

เจาะลึก !!! โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้
สูตร Quadratic Formula

เอกสารนี้เผยแพร่ที่: ajnunu.com

ข้อกำหนดในการใช้เอกสาร: เอกสารประกอบการเรียนนี้เป็นผลงานการเรียบเรียงของ อ.วิษณุ วงศ์ธรรมศิริ ซึ่งได้รับความคุ้มครองตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ ผู้ที่ต้องการเผยแพร่ส่วนหนึ่งส่วนใดของเอกสารนี้ หรือใช้เอกสารนี้ในการประกอบการสอน ต้องได้รับการยินยอมเป็นลายลักษณ์อักษรก่อนเท่านั้น

โปรดอ่านคำชี้แจงนี้ก่อนทำการศึกษา

เอกสารเรื่อง **เจาะลึก!!! โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้สูตร Quadratic Formula** นี้ เป็นหัวข้อที่ผู้เขียนได้พยายามแยกออกมาจากเนื้อหาเรื่อง สมการกำลังสองตัวแปรเดียว เพื่อให้ผู้เรียนได้ทำการศึกษาย่างเฉพาะเจาะจง **เหมาะสำหรับ**

1. ผู้ที่ต้องการพัฒนาศักยภาพคณิตศาสตร์ของตนเอง
2. ผู้ที่เตรียมความพร้อมในการสอบเข้าโรงเรียนต่างๆในระดับ ม. 4
3. ผู้ที่เตรียมความพร้อมในการสอบเข้าโรงเรียนเตรียมทหาร

เนื่องด้วยจากประสบการณ์ในการสอนนักเรียนเพื่อสอบเข้าโรงเรียนในระดับชั้นม.4 มาเป็นเวลายาวนานนั้น พบว่า โจทย์ปัญหาต่างๆหรือแนวข้อสอบต่างๆที่เกี่ยวกับสมการกำลังสองมีอยู่มากมาย แต่เพียงแต่ความสามารถในแก้สมการกำลังสองได้หรือรู้จักการใช้สูตรโดยตรงของ Quadratic Formula ได้แล้วนั้น ก็ยังไม่เพียงพอที่จะสามารถทำโจทย์ปัญหาหรือแนวข้อสอบที่เกี่ยวกับสมการกำลังสองบางลักษณะได้ เนื่องจากต้องใช้การประยุกต์สูตร Quadratic Formula เข้ามาช่วย ผู้ที่ไม่เคยพบเห็นหรือทำโจทย์ในลักษณะแนวนี้มาก่อนนั้น ก็จะไม่สามารถที่จะแก้ปัญหาได้หรือไม่ทราบแนวทางที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหานั้นๆ

ด้วยเหตุผลข้างต้น ผู้เขียนจึงได้พยายามเรียบเรียงเนื้อหาและรวบรวมลักษณะ โจทย์ปัญหาและแนวข้อสอบต่างๆ ซึ่งไม่สามารถหาเรียนได้จากในหลักสูตรปกติที่โรงเรียนสอนหรือจากหนังสือเรียนทั่วไปได้ง่ายนัก โดยได้พยายามแบ่งเนื้อหาการประยุกต์ใช้สูตร Quadratic Formula ออกมาเป็นแนวต่างๆ พร้อมทั้งแบบฝึกหัดของแต่ละแนวที่ได้รวบรวมมาจากแนวข้อสอบต่างๆมากมาย ไประดับจากง่ายไปยากเพื่อความเข้าใจอย่างเป็นขั้นตอน

หมายเหตุ : ผู้ที่ทำการศึกษาคำชี้แจงนี้ได้ นั้น ต้องมีพื้นฐานความรู้ที่จำเป็นต่างๆในระดับ ม.ต้น มาก่อน ไม่ว่าจะเป็นเรื่อง พหุนาม , การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง , การแก้สมการหนึ่งตัวแปรหรือสองตัวแปร มิฉะนั้นจะไม่สามารถทำความเข้าใจในการศึกษาคำชี้แจงนี้ได้

ajnunu.com หวังว่าเอกสารการเรียนออนไลน์หัวข้อเรื่อง **เจาะลึก!!! โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้สูตร Quadratic Formula** นี้ จะมีประโยชน์ไม่มากนัก้อยกับผู้ที่ได้ทำการศึกษา



สารบัญ

เกริ่นนำหัวข้อหน้า 1

การประยุกต์ใช้สูตร Quadratic Formula **โจทย์แนวที่ 1**หน้า 2

แบบฝึกหัดที่ 1หน้า 4

การประยุกต์ใช้สูตร Quadratic Formula **โจทย์แนวที่ 2**หน้า 15

แบบฝึกหัดที่ 2.1

ตอนที่ 1หน้า 16

ตอนที่ 2หน้า 19

แบบฝึกหัดที่ 2.2

ตอนที่ 1หน้า 23

ตอนที่ 2หน้า 25

ตอนที่ 3หน้า 28

การประยุกต์ใช้สูตร Quadratic Formula **โจทย์แนวที่ 3**หน้า 30

แบบฝึกหัดที่ 3.1หน้า 30

แบบฝึกหัดที่ 3.2หน้า 32

แบบฝึกหัดที่ 3.3หน้า 35

แบบฝึกหัดที่ 3.4หน้า 39

แบบฝึกหัดที่ 3.5หน้า 43

แบบฝึกหัดที่ 3.6

ตอนที่ 1หน้า 49

ตอนที่ 2หน้า 52



สมการกำลังสอง เจาะลึก!!! โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ สูตร Quadratic Formula

สำหรับผู้เรียนที่ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับเรื่องสมการกำลังสองตัวแปรเดียวมาแล้วนั้น ย่อมจะารู้จักกับสูตร Quadratic Formula ซึ่งใช้สำหรับการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยที่ไม่ต้องเสียเวลาในการแยกตัวประกอบของพหุนามกำลังสองที่อยู่ในสมการ ตามหลักการดังนี้

เมื่อ $a \neq 0$ และ b, c เป็นค่าคงตัว

จากสมการกำลังสองตัวแปรเดียว $ax^2 + bx + c = 0$

จะได้ว่า ;

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

ตัวอย่าง จงหาค่า x จาก $6x^2 - 7x - 20 = 0$

ตัวอย่าง จงหาค่า x จาก $2x^2 - x - 5 = 0$

ซึ่งนอกจากประโยชน์ของสูตร Quadratic Formula ที่ใช้ในการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวจากตัวอย่างข้างต้นแล้วนั้น ก็ยังมีการใช้ประโยชน์และการประยุกต์สูตร Quadratic Formula ในการแก้ปัญหาโจทย์ที่เกี่ยวกับสมการกำลังสองในลักษณะอื่นๆได้อีกด้วย ผู้เขียนจึงได้พยายามรวบรวมแนวของโจทย์ปัญหาต่างๆที่ใช้ประโยชน์และการประยุกต์ของสูตร Quadratic Formula ในการแก้ปัญหาขึ้นมา



การประยุกต์ใช้สูตร Quadratic Formula

โจทย์แบบที่

1

พิจารณาการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวที่กำหนดให้โดยใช้สูตร **Quadratic Formula** ดังต่อไปนี้

1. จงหาค่า x จาก $3x^2 - 13x - 10 = 0$

2. จงหาค่า x จาก $25x^2 - 20x + 4 = 0$

จากการแก้สมการกำลังสอง ข้อที่ 1 และ 2 จะทำให้เราสังเกตและได้ข้อสรุปว่า ;

จากข้อที่ 1 ; เมื่อ $b^2 - 4ac > 0$

แล้ว _____

จากข้อที่ 2 ; เมื่อ $b^2 - 4ac = 0$

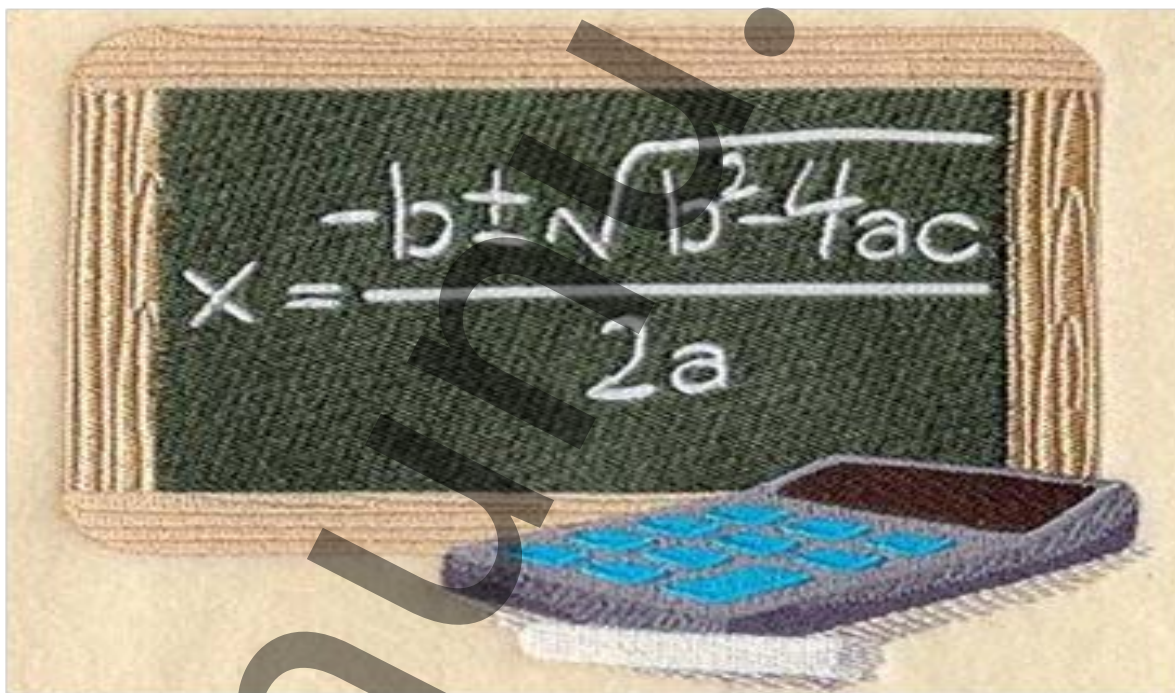
แล้ว _____

จากข้อสรุปข้างต้นทั้งสอง สามารถสรุปได้อีกว่า ;

สมการกำลังสองจะมี _____ เมื่อ _____

3. จงหาค่า x จาก $2x^2 + 5x + 7 = 0$

จากข้อที่ 3 ; เมื่อ $b^2 - 4ac < 0$
 แล้ว _____



แบบฝึกหัดที่ 1

1. สมการข้อใดต่อไปนี้มีคำตอบเป็นจำนวนจริงที่แตกต่างกัน 2 จำนวน

1) $x^2 + 10x + 25 = 0$

2) $9x^2 - 12x + 4 = 0$

3) $2x^2 - 5x + 7 = 0$

4) $5x^2 - x - 3 = 0$

2. ถ้า k เป็นจำนวนเต็มที่น้อยที่สุด ที่ทำให้สมการ $x^2 - 2(k+2)x + k^2 + 12 = 0$ มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง 2 ค่าที่แตกต่างกันแล้ว จงหาค่าของ $k^2 + 1$ มีค่าเท่าไร

1) 3

2) 5

3) 10

4) 17

3. ให้ p, q เป็นจำนวนเต็ม และ $pq \neq 0$ ถ้า $x^2 - px - q = 0$ มีรากสมการเป็นจำนวนจริงที่แตกต่างกันแล้ว $p^2 + q^2$ มีค่าต่ำสุดเท่าไร

1) 10

2) 12

3) 15

4) 20

4. ถ้าสมการ $x^2 + 2x - ax + 4 = 0$ มีรากสมการที่เท่ากัน แล้วผลคูณของค่า a มีค่าเท่าไร

1) 10

2) 4

3) -8

4) -12

5. จงหาผลบวกของค่า m ทั้งหมด ที่ทำให้ $x^2 + mx - 8x - \frac{3}{2}m + 10 = 0$ มีคำตอบเพียงคำตอบเดียว
- 1) 8 2) 9 3) 10 4) 12

6. สมการ $mx^2 - x + n = 0$ มีเพียงคำตอบเดียว แล้ว $(mn)^3$ มีค่าเท่าไร
- 1) $\frac{1}{4}$ 2) 2 3) 16 4) $\frac{1}{64}$

ainbun.com

หน้า 7-14

มีในเอกสารตัวเต็ม

การประยุกต์ใช้สูตร Quadratic Formula

โจทย์แบบที่

2

เมื่อ $a \neq 0$ และ b, c เป็นค่าคงตัว

จากสมการกำลังสองตัวแปรเดียว $ax^2 + bx + c = 0$

ผลบวกของคำตอบสมการ = $\frac{-b}{a}$

ผลคูณของคำตอบสมการ = $\frac{c}{a}$

ที่มาของสูตร

จากสมการ $ax^2 + bx + c = 0$ จะได้ ; $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

ajnunu.com

แบบฝึกหัดที่ 2.1

ตอนที่ 1 จงหาผลบวกและผลคูณของสมการกำลังสองที่กำหนดให้ดังต่อไปนี้

1. $x^2 + 8x + 12 = 0$

2. $x^2 - 3x - 54 = 0$

3. $x^2 - 49 = 0$

4. $x^2 + 12x = 0$

5. $2x^2 + x - 8 = 0$

6. $5x^2 - 10x - 7 = 0$

7. $9x^2 - 4 = 0$

8. $8x^2 + 5x = 0$

9. $x^2 - 3\sqrt{5}x - 10 = 0$

10. $\sqrt{3}x^2 + 9x - 2\sqrt{3} = 0$

11. $\frac{4x^2}{3} - x - \frac{2}{9} = 0$

12. $\frac{2\sqrt{5}x^2}{3} + \frac{10}{9}x - 8\sqrt{10} = 0$

ajnunu.com

ตอนที่ 2

1. จงหาผลบวกของคำตอบ $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+3} = \frac{1}{6}$ มีค่าเท่าไร

1) 7

2) 5

3) -3

4) -5

2. สมการ $(x+3)^2 - 17 = 100 - x^2$ มี a, b ซึ่ง $a > b$ เป็นคำตอบ แล้ว $a + b$ มีค่าเท่าไร

1) -3

2) -8

3) 4

4) 12

หน้า 20 – 22

มีในเอกสารตัวเต็ม

แบบฝึกหัดที่ 2.2

ตอนที่ 1

1. จงหาค่า k ที่ทำให้ $kx^2 + 3x - 12 = 0$ มีผลบวกของคำตอบของสมการเป็น 5
2. จงหาค่า k ที่ทำให้ $\frac{k}{3}x^2 - 7x - 3 = 0$ มีผลคูณของคำตอบของสมการเป็น -1
3. จงหาค่า k ที่ทำให้ $5x^2 - \frac{k}{2}x - 3 = 0$ มีผลบวกของคำตอบของสมการเป็น $\frac{-2}{3}$

หน้า 24

มีในเอกสารตัวเต็ม

ตอนที่ 2

1. กำหนดให้ $kx^2 + 7 = 2kx + 6x$ มีผลบวกของคำตอบเป็น 4 แล้ว จงหาค่า $k^2 + 5$
- 1) 14 2) 9 3) 10 4) 6
2. ถ้าผลบวกของคำตอบสมการ $x^2 + px - 2p^2 = 0$ (เมื่อ p เป็นค่าคงตัว) มีค่าเท่ากับ $-3p + 6$ แล้ว ผลคูณของคำตอบสมการตรงกับข้อใด
- 1) -18 2) 9 3) 25 4) -4

หน้า 26-27

มีในเอกสารตัวเต็ม

ตอนที่ 3

1. ให้ $x^2 - 5kx + k = 0$ มีผลบวกของคำตอบสมการมากกว่าผลคูณของคำตอบสมการอยู่ 12 แล้ว จงหาค่า k

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

2. ถ้าสมการ $x^2 - 3kx + k^2 - 10 = 0$ มีผลบวกของรากสมการ เท่ากับผลคูณของรากสมการ แล้ว ค่า k มีค่าเท่าไร

1) $-5, 2$ 2) $-5, -2$ 3) $5, 2$ 4) $5, -2$

หน้า 29

มีในเอกสารตัวเต็ม

การประยุกต์ใช้สูตร Quadratic Formula

โจทย์แบบที่

3

ลักษณะของโจทย์แนวต่อไปนี้เป็นลักษณะของโจทย์ที่เกี่ยวกับสมการกำลังสองที่ใช้การประยุกต์สูตร

$$\text{ผลบวกของคำตอบสมการ} = \frac{-b}{a}$$

$$\text{ผลคูณของคำตอบสมการ} = \frac{c}{a}$$

เข้ามาช่วยในการแก้ปัญหา ถึงแม้ว่าโจทย์ปัญหานั้นจะไม่ได้มีการถามถึงผลบวกหรือผลคูณของคำตอบสมการกำลังสองโดยตรงก็ตาม ซึ่งลักษณะโจทย์ที่ใช้การประยุกต์ผลบวกและผลคูณของคำตอบสมการนั้นมีอยู่หลากหลายรูปแบบ จึงอยากจะขอให้ผู้เรียนจดจำลักษณะของโจทย์แนวนี้ที่ผู้เขียนได้พยายามจำแนกออกมา ว่ามีการประยุกต์การใช้สูตรผลบวกและผลคูณของคำตอบสมการกำลังสองนั้นอย่างไรในการแก้โจทย์ปัญหา

แบบฝึกหัดที่ 3.1

1. ถ้า $\frac{6}{7}$ เป็นคำตอบหนึ่งของสมการ $7x^2 - 20x + 12 = 0$ แล้วอีกคำตอบตรงกับข้อใด

1) 4

2) -2

3) 2

4) $\frac{7}{6}$

2. ค่า x จากสมการ $10x^2 + 11x + k = 0$ ค่าหนึ่งคือ $\frac{-3}{2}$ แล้วค่า x อีกค่าคือข้อใด

1) $\frac{2}{5}$

2) $\frac{-2}{5}$

3) $\frac{5}{2}$

4) $\frac{-5}{2}$

หน้า 31

มีในเอกสารตัวเต็ม

แบบฝึกหัดที่ 3.2

1. คำตอบของสมการ $x^2 - 1 = \left(m - \frac{1}{m}\right)x$ คือข้อใด

1) $m, \frac{1}{m}$

2) $m, \frac{-1}{m}$

3) $-m, \frac{1}{m}$

4) $-m, \frac{-1}{m}$

2. เมื่อ $a, b \neq 0$ ถ้า $x^2 - b^2 = 2ax - a^2$ แล้ว x มีค่าเท่ากับข้อใด

1) $ab, \frac{a}{b}$

2) a, b

3) $a+b, b-a$

4) $a+b, a-b$

หน้า 33-34

มีในเอกสารตัวเต็ม

แบบฝึกหัดที่ 3.3

1. ถ้า 3 และ -7 เป็นคำตอบของสมการ $x^2 + ax + b = 0$ แล้ว $a \times b$ มีค่าเท่าไร
- 1) -21 2) 56 3) -84 4) 96
2. ถ้า -5 และ $\frac{2}{3}$ เป็นคำตอบของสมการ $3x^2 - bx - c = 0$ แล้ว $b + c$ มีค่าเท่าไร
- 1) -3 2) 5 3) -1 4) 0

หน้า 36-38

มีในเอกสารตัวเต็ม

แบบฝึกหัดที่ 3.4

1. ถ้า m, n เป็นคำตอบของสมการ $x^2 + 6x - 2 = 0$ แล้วสมการในข้อใดที่มีคำตอบของสมการเป็น $m+1$ และ $n+1$

1) $x^2 - 4x - 7 = 0$

2) $x^2 - 4x + 7 = 0$

3) $x^2 + 4x + 7 = 0$

4) $x^2 + 4x - 7 = 0$

หน้า 40 – 42

มีในเอกสารตัวเต็ม

แบบฝึกหัดที่ 3.5

- ถ้า m, n เป็นคำตอบของสมการ $2x^2 - 30x + c = 0$ โดยที่ $m : n = 2 : 3$ จงหาค่า c
 - 96
 - 100
 - 106
 - 108
- สมการ $5x^2 - 30x + k = 0$ มีคำตอบเป็นบวก โดยที่คำตอบหนึ่งเป็นกำลังสองของอีกคำตอบหนึ่ง จงหาค่า k
 - 8
 - 20
 - 40
 - 72

หน้า 44–48

มีในเอกสารตัวเต็ม

แบบฝึกหัดที่ 3.6

ตอนที่ 1

1. กำหนดให้ p, q เป็นคำตอบของสมการ $x^2 - 2x - 1 = 0$ แล้ว $\frac{1}{p} + \frac{1}{q}$ มีค่าเท่าไร
- 1) 2 2) -2 3) 1 4) -1
2. กำหนดให้ a, b เป็นรากสมการของ $x^2 - 5x - 7 = 0$ แล้ว $(a+1)(b+1)$ มีค่าเท่าไร
- 1) -1 2) 1 3) 2 4) -2
3. กำหนดให้ p, q เป็นคำตอบของสมการ $x^2 + 5x + 5 = 0$ แล้ว $(1-p)(1-q)$ มีค่าเท่าไร
- 1) 11 2) -11 3) 9 4) -9

หน้า 50 – 51

มีในเอกสารตัวเต็ม

ตอนที่ 2

1. กำหนดให้ u, v เป็นคำตอบของสมการ $x^2 - x - 1 = 0$ แล้ว $u^2 + v^2$ มีค่าเท่าไร
- 1) -1 2) 2 3) -5 4) 3
2. กำหนดให้ x_1, x_2 เป็นคำตอบของสมการ $x^2 - 2x - 4 = 0$ แล้ว $x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2$ มีค่าเท่าไร
- 1) 16 2) -10 3) 12 4) -15

หน้า 53 – 55

มีในเอกสารตัวเต็ม