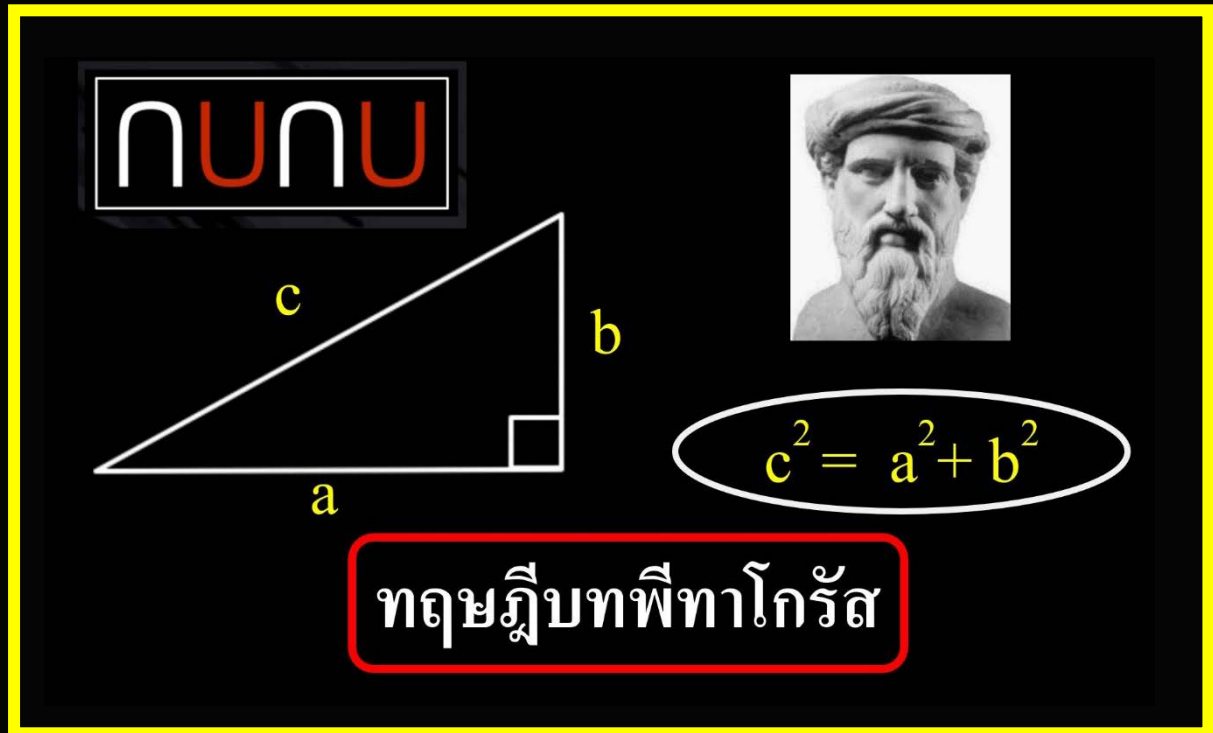


ตัวอย่างเอกสารประกอบการเรียน



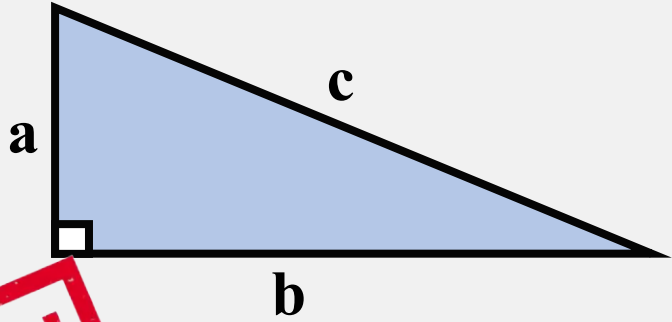
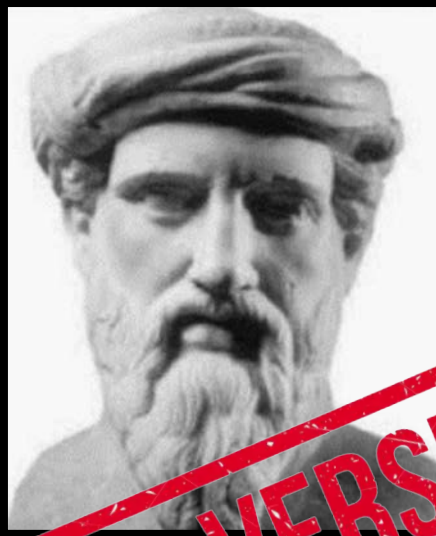
เอกสารตัวเต็มมีจำนวน 136 หน้า

เนื้อหาพร้อมแบบฝึกหัดกว่า 300 ข้อ

ajnunu.com

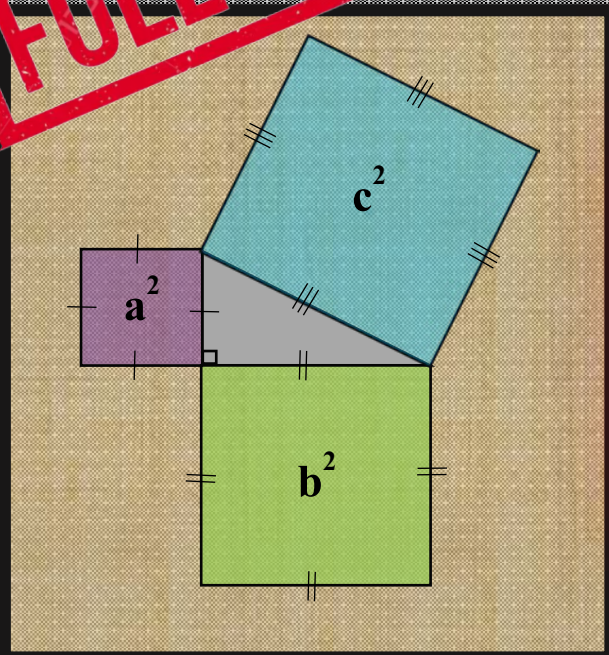


เอกสารประกอบการเรียน
วิชา คณิตศาสตร์



$$a^2 + b^2 = c^2$$

FULL VERSION



ทฤษฎีบท

พีทาโกรัส

เอกสารนี้เผยแพร่ที่: ajnunu.com

ข้อกำหนดในการใช้เอกสาร: เอกสารประกอบการเรียนนี้เป็นผลงานการเรียบเรียงของ อ.วิษณุ วงศ์ธรรมศิริ ซึ่งได้รับความคุ้มครองตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ ผู้ที่ต้องการเผยแพร่ส่วนหนึ่งส่วนใดของเอกสารนี้ หรือใช้เอกสารนี้ในการประกอบการสอน ต้องได้รับการยินยอมเป็นลายลักษณ์อักษรก่อนเท่านั้น

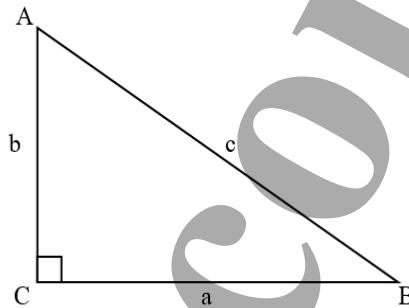
สารบัญ

หัวข้อ	หน้า
เนื้อหาทฤษฎีบทพีทาโกรัส	1
แบบฝึกหัดที่ 1	4
แบบฝึกหัดที่ 2	8
แบบฝึกหัดที่ 3	11
แบบฝึกหัดที่ 4	16
แบบฝึกหัดที่ 5	23
แบบฝึกหัดที่ 6	25
แบบฝึกหัดที่ 7	30
แบบฝึกหัดที่ 8	36
แบบฝึกหัดที่ 9	41
แบบฝึกหัดที่ 10	53
แบบฝึกหัดที่ 11	58
แบบฝึกหัดที่ 12	68
แบบฝึกหัดที่ 13	78
แบบฝึกหัดที่ 14	81
แบบฝึกหัดที่ 15	95
แบบฝึกหัดที่ 16	98
แบบฝึกหัดที่ 17	101
แบบฝึกหัดที่ 18	106
แบบฝึกหัดที่ 19	114

ทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

ทฤษฎีบทของพีทาโกรัส ที่ควรรอบมีดังนี้

- 1) ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

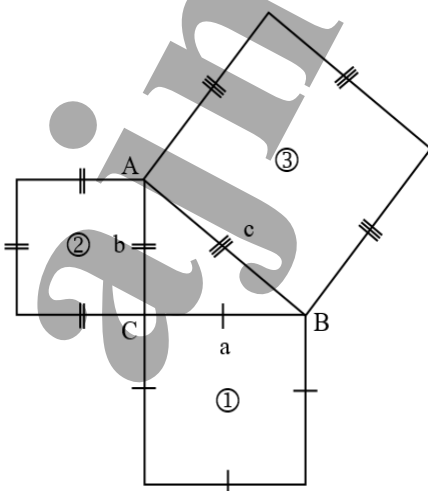


จากรูป ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมี $\angle C = 90^\circ$ องศา
 \overline{AB} เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก อยู่ตรงข้ามมุม C แทนความยาวด้านด้วย c
 \overline{BC} เป็นด้านประกอบมุมฉาก อยู่ตรงข้ามมุม A แทนความยาวด้านด้วย a
 \overline{AC} เป็นด้านประกอบมุมฉาก อยู่ตรงข้ามมุม B แทนความยาวด้านด้วย b
 จะได้ ; ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC

$$c^2 = a^2 + b^2$$

* ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากด้านที่ยาวที่สุด คือ ด้านตรงข้ามมุมฉาก *

- 2) ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก



จากรูป

พื้นที่ □ จตุรัส ③ = พื้นที่ □ จตุรัส ① + พื้นที่ □ จตุรัส ②

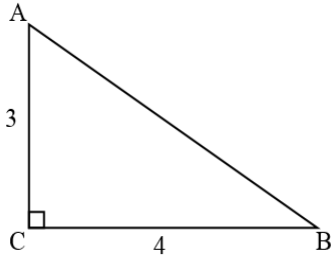
$$c^2 = a^2 + b^2$$

3) การหาความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

กรณีเมื่อทราบความยาวด้าน 2 ด้าน

สามเหลี่ยมมุมฉากทุกรูป ถ้าทราบความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้วสามารถหาความยาวด้านที่เหลือได้จากทฤษฎีของพีทาโกรัส

เช่น จงหาความยาวของด้าน AB



จาก $\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CB}^2$
 $\overline{AB}^2 = 3^2 + 4^2$
 $\overline{AB}^2 = 9 + 16$
 $\overline{AB}^2 = 25$
 $\therefore \overline{AB} = 5, -5$ ← ความยาวเป็นลบไม่ได้

* ข้อสังเกต * ความยาวของด้านสามเหลี่ยมมุมฉากที่ควรจำ โดยเขียนในรูปอัตราส่วนอย่างต่ำ

- | | | |
|--------------------|--------------|--------------------|
| เช่น 3 : 4 : 5 | 5 : 12 : 13 | 7 : 24 : 25 |
| 8 : 15 : 17 | 9 : 40 : 41 | 11 : 60 : 61 |
| 12 : 35 : 37 | 13 : 84 : 85 | 1 : $\sqrt{3}$: 2 |
| 1 : 1 : $\sqrt{2}$ | เป็นต้น | |

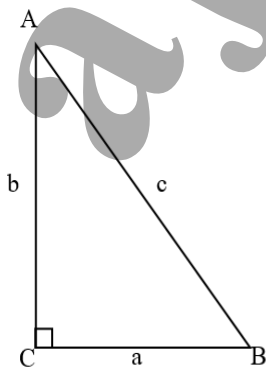
4) ถ้า a, b, c เป็นความยาวของด้านสามเหลี่ยมมุมฉากแล้ว เมื่อนำจำนวนจริงใด ๆ ที่มากกว่าศูนย์ไปคูณหรือหารกับความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากแล้ว ผลที่ได้ของความยาวของด้านทั้งสามจะยาวขึ้นหรือสั้นลง ทำให้รูปสามเหลี่ยมมีขนาดใหญ่ขึ้นหรือเล็กลงโดยที่สามเหลี่ยมนั้นก็ยังคงเป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

เช่น เมื่อกำหนดด้านสามเหลี่ยมมุมฉากทั้งหมดด้านยาว 3, 4, 5 หน่วย

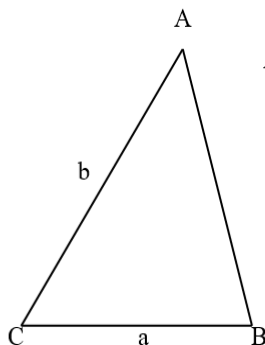
นำ 2 ไปคูณได้ 6, 8, 10 หน่วย , นำ 2 ไปหารได้ 1.5, 2, 2.5 หน่วย

นำ 3 ไปคูณได้ 9, 12, 15 หน่วย , นำ 3 ไปหารได้ 1, $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{3}$ หน่วย

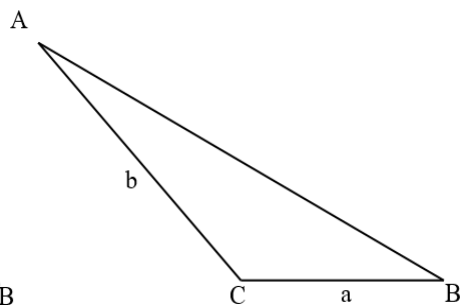
5) บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส



รูปที่ 1



รูปที่ 2



รูปที่ 3

จากรูปที่ 1 ให้ AC และ BC เป็นด้านประกอบมุมฉาก ACB

โดยที่ BC และ AC ยาว a , b หน่วย ตามลำดับ

และด้านตรงข้ามมุมฉาก AB ยาว c หน่วย

จะได้ ; $a^2 + b^2 = c^2$ แล้ว $\triangle ABC$ จะเป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

จากรูปที่ 2 เมื่อกำหนดให้ ด้านประกอบมุมแหลม ACB โดยที่ BC และ AC ยังกยาว a , b หน่วย

ตามลำดับ เหมือนรูปที่ 1 จะสังเกตได้ว่า ด้าน AB จะมีความยาวสั้นกว่าด้าน AB ของรูปที่ 1

จะได้ ; $a^2 + b^2 > c^2$ แล้ว $\triangle ABC$ จะเป็นสามเหลี่ยมมุมแหลม

จากรูปที่ 3 เมื่อกำหนดให้ ด้านประกอบมุมป้าน ACB โดยที่ BC และ AC ยังกยาว a , b หน่วย

ตามลำดับ เหมือนรูปที่ 1 จะสังเกตได้ว่า ด้าน AB จะมีความยาวยาวกว่าด้าน AB ของรูปที่ 1

จะได้ ; $a^2 + b^2 < c^2$ แล้ว $\triangle ABC$ จะเป็นสามเหลี่ยมมุมป้าน

* ข้อควรระวัง *

ส่วนของเส้นตรง 3 เส้นที่จะนำมาประกอบกันเป็นรูปสามเหลี่ยมนั้น ความยาวของส่วนของเส้นตรงที่ ยาวที่สุดนั้นต้องมีความยาวน้อยกว่าผลบวกความยาวของส่วนของเส้นตรงสั้นที่เหลืออีก 2 เส้น จึงจะสามารถนำมา ประกอบเป็นรูปสามเหลี่ยมต่าง ๆ ได้พอดี

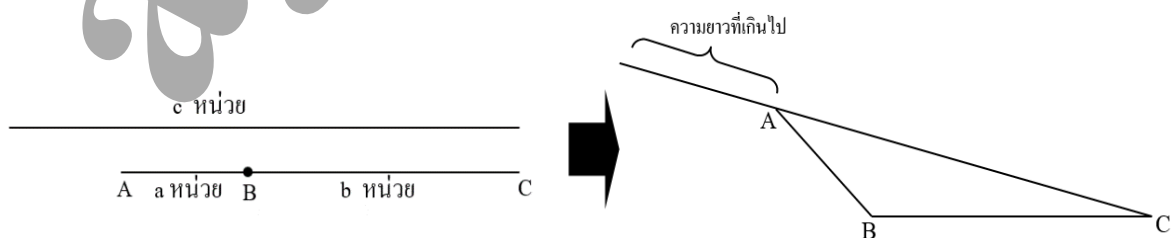
ให้ c เป็นความยาวส่วนของเส้นตรงที่ยาวที่สุด , a และ b เป็นความยาวส่วนของเส้นตรงที่สั้นกว่า c

จะได้ ; $a + b > c$ จึงจะนำด้านมาประกอบเป็นรูปสามเหลี่ยมได้

ถ้า $a + b = c$ จะประกอบกันเป็นสามเหลี่ยมไม่ได้ จะเป็นเส้นตรง



ถ้า $a + b < c$ แล้วด้านทั้ง 3 จะประกอบกันเป็นสามเหลี่ยมพอดีไม่ได้เพราะ c ยาวเกินไป เช่น



แบบฝึกหัดที่ 1

ตอนที่ 1 รูปสามเหลี่ยมที่กำหนดความยาวของด้านต่อไปนี้ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

1) 3 , 4 , 5

2) 5 , 12 , 13

3) 9 , 40 , 41

4) 2 , 3 , $3\sqrt{2}$

5) 2 , 1.5 , 2.5

6) 1 , $\sqrt{3}$, 2

7) 4 , 7.5 , 8.5

8) 8 , 15 , 17

9) $12, 35, 38$

10) $8.3, 7.2, 3$

11) $2\sqrt{3}, 3\sqrt{2}, 2\sqrt{6}$

12) $4\sqrt{2}, 4\sqrt{6}, 8\sqrt{2}$

13) $\sqrt{3}, 4, \sqrt{19}$

14) $3\sqrt{2}, 3\sqrt{2}, 5$

ตอนที่ 2 ด้าน 3 ด้านที่กำหนดให้ต่อไปนี้ เมื่อนำมาประกอบกันจะเป็นสามเหลี่ยมหรือไม่ ถ้าเป็นสามเหลี่ยมจะเป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก, สามเหลี่ยมมุมแหลมหรือสามเหลี่ยมมุมป้าน

1) $7, 9, 12$

2) $11, 12, 15$

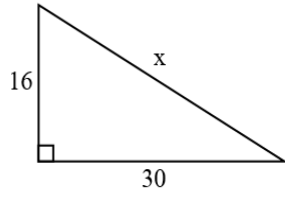
ajinumpi.com

หน้า 6 - 10
มีในเอกสารตัวเต็ม

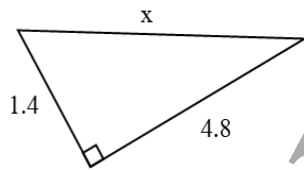
แบบฝึกหัดที่ 3

จากข้อที่ 1 – 12 จงหาค่า x

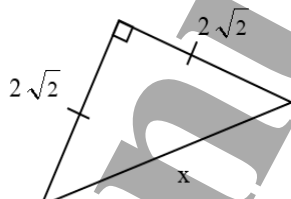
1)



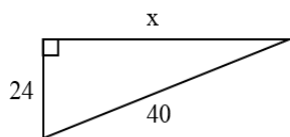
2)



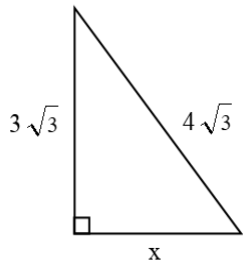
3)



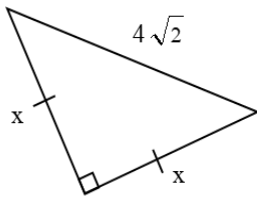
4)



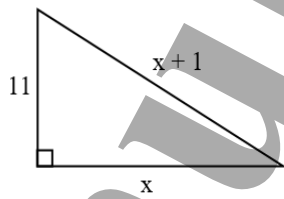
5)



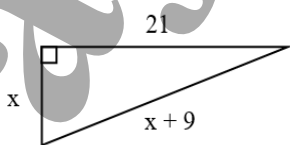
6)



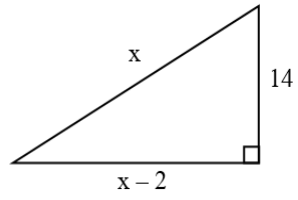
7)



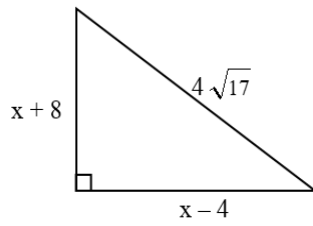
8)



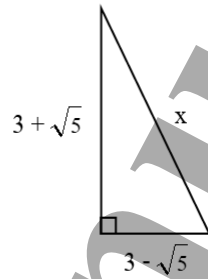
9)



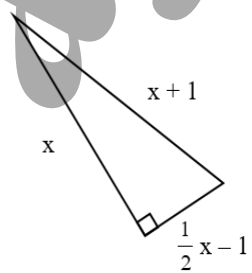
10)



11)



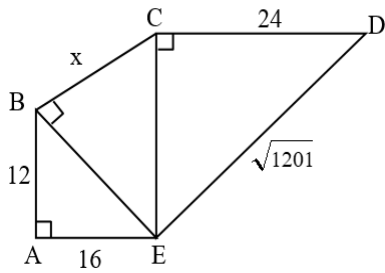
12)



ajinuwat.com

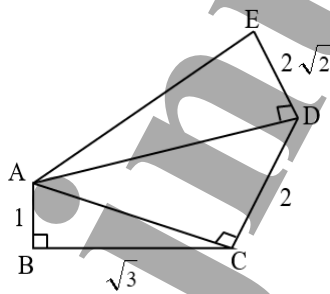
หน้า 14 - 18
มีในเอกสารตัวเต็ม

7) จงหาค่า x จากรูปที่กำหนดให้เท่ากับเท่าไร



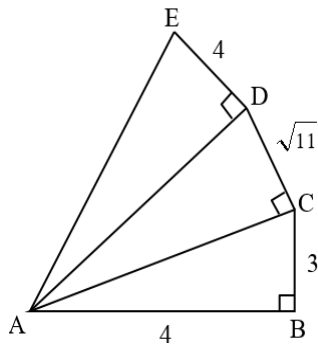
- ก. 11 หน่วย
- ข. 13 หน่วย
- ค. 15 หน่วย
- ง. 17 หน่วย

8) จากรูป ABC , ACD และ ADE เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มี $\angle ABC$, $\angle ACD$ และ $\angle ADE$ มีขนาด 90 องศา ซึ่ง $AB = 1$ หน่วย, $BC = \sqrt{3}$ หน่วย, $CD = 2$ หน่วย และ $DE = 2\sqrt{2}$ หน่วย จงหาพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้าน AE (แนวเตรียมทหาร)



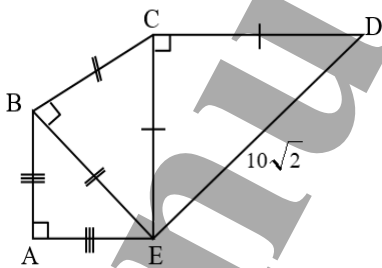
- ก. 4 ตารางหน่วย
- ข. 8 ตารางหน่วย
- ค. 16 ตารางหน่วย
- ง. 32 ตารางหน่วย

9) พื้นที่ทั้งหมดของรูปเท่ากับกี่ตารางหน่วย (แนวเตรียมทหาร)



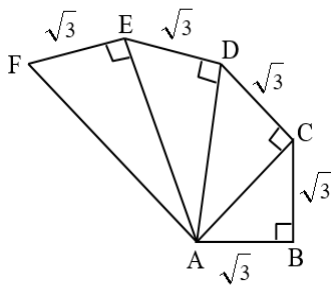
- ก. $\frac{30+5\sqrt{11}}{2}$ ตารางหน่วย
- ข. $\frac{34-5\sqrt{11}}{2}$ ตารางหน่วย
- ค. $\frac{36+5\sqrt{11}}{2}$ ตารางหน่วย
- ง. $\frac{38+5\sqrt{11}}{2}$ ตารางหน่วย

10) จากรูป จงหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABE



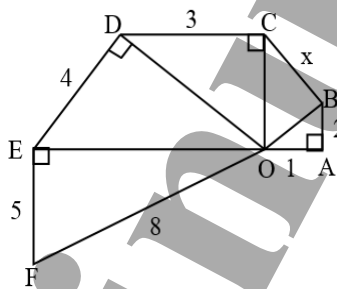
- ก. 12.5 ตารางหน่วย
- ข. 13 ตารางหน่วย
- ค. 14 ตารางหน่วย
- ง. 15 ตารางหน่วย

11) จากรูป AF ยาวเท่าไร



- ก. $\sqrt{3}$ หน่วย
- ข. $\sqrt{5}$ หน่วย
- ค. $2\sqrt{5}$ หน่วย
- ง. $\sqrt{15}$ หน่วย

12) จากรูป จงหาความยาว BC



- ก. 3 หน่วย
- ข. 4 หน่วย
- ค. 5 หน่วย
- ง. 6 หน่วย

ajinumpi.com

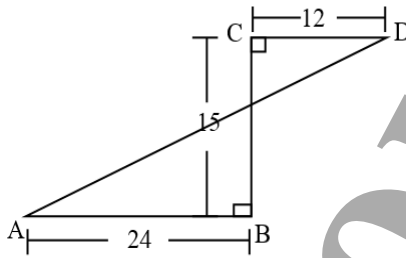
หน้า 22

มีในเอกสารตัวเต็ม

แบบฝึกหัดที่ 5

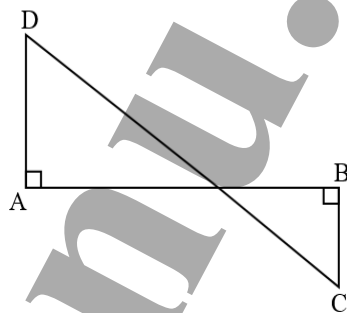
1) จากรูป จงหาความยาวของ \overline{AD}

- ก. 34 หน่วย
- ข. 36 หน่วย
- ค. 39 หน่วย
- ง. 41 หน่วย



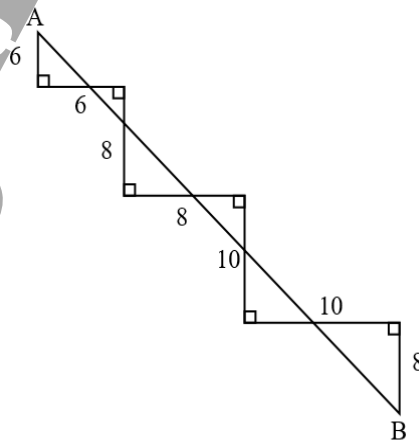
2) จากรูป ถ้า $\overline{AD} = 10$ หน่วย, $\overline{BC} = 6$ หน่วย, $\overline{CD} = 20$ หน่วย จงหา \overline{AB} ยาวกี่หน่วย (แนวเตรียมทหาร)

- ก. 11 หน่วย
- ข. 12 หน่วย
- ค. 13 หน่วย
- ง. 15 หน่วย



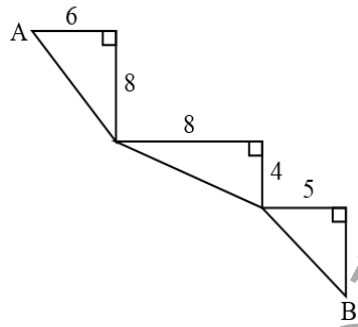
3) จากรูป จงหาความยาว AB (แนวเตรียมอุดม)

- ก. 48 หน่วย
- ข. 46 หน่วย
- ค. 42 หน่วย
- ง. 40 หน่วย

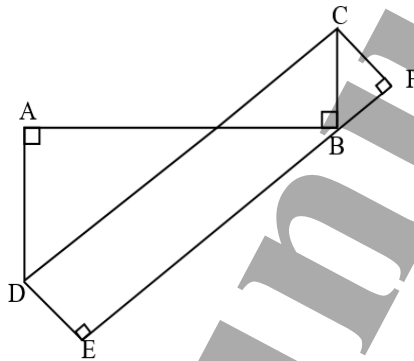


4) จากรูป จงหาระยะห่างระหว่างจุด A กับ B

- ก. $5\sqrt{31}$ หน่วย
- ข. $5\sqrt{26}$ หน่วย
- ค. $6\sqrt{26}$ หน่วย
- ง. $7\sqrt{31}$ หน่วย

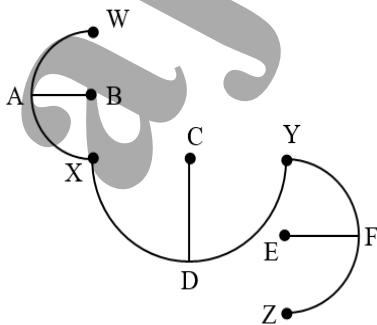


5) ให้ CDEF เป็น □ สี่เหลี่ยม $\overline{AD} = 20$ นิ้ว, $\overline{DE} = 10$ นิ้ว, $\overline{BC} = 12$ นิ้ว และ $\overline{AB} = 24$ นิ้ว จงหาพื้นที่ □ CDEF



- ก. 180 ตารางนิ้ว
- ข. 224 ตารางนิ้ว
- ค. 310 ตารางนิ้ว
- ง. 400 ตารางนิ้ว

6) เครื่องบินบินจากจุด W ไปยังจุด Z ตามรูป โดยบินเป็นครึ่งวงกลม โดยมี \overline{AB} , \overline{CD} , \overline{EF} เป็นรัศมียาว 6, 9, 7 ไมล์ ตามลำดับ จงหาระยะห่างระหว่างจุด W และ Z (แนวเตรียมทหาร)



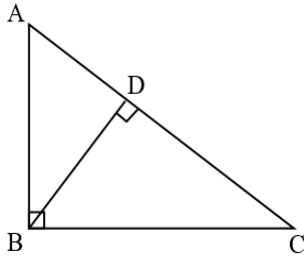
- ก. $10\sqrt{10}$ ไมล์
- ข. $11\sqrt{10}$ ไมล์
- ค. $12\sqrt{10}$ ไมล์
- ง. $13\sqrt{10}$ ไมล์

ajinuwat.com

หน้า 24 - 35
มีในเอกสารตัวเต็ม

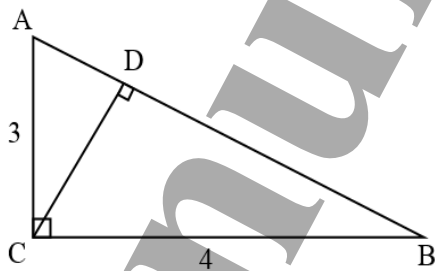
แบบฝึกหัดที่ 8

1) จากรูป จงหาค่าของ \overline{BD} เมื่อ $\overline{AB} = 15$ หน่วย, $\overline{BC} = 20$ หน่วย



- ก. 12 หน่วย
- ข. 13 หน่วย
- ค. 14 หน่วย
- ง. 15 หน่วย

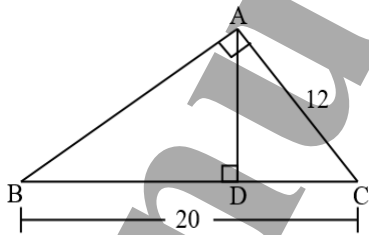
2) จากรูป จงหาความยาวของ CD (แนวเตรียมทหาร)



- ก. 2.2 หน่วย
- ข. 2.4 หน่วย
- ค. 2.8 หน่วย
- ง. 3 หน่วย

- 3) $\triangle ABC$ มี A เป็นมุมฉาก ตกเส้นตรงจากจุด A ไปตั้งฉากด้าน BC ที่จุด D ถ้าด้าน AB และ AC ยาว 16 หน่วย และ 30 หน่วย ตามลำดับ เส้นต่อระหว่างจุด A กับ D ยาวเท่าไร (แนวเตรียมอุดม)
- ก. 19 หน่วย ข. 15.2 หน่วย ค. 14.1 หน่วย ง. 13 หน่วย

- 4) จากรูป จงหาความยาวของ AD ยาวกี่หน่วย

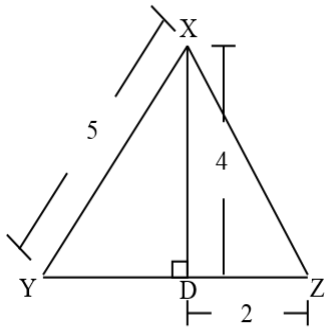


- ก. 8.8 หน่วย
 ข. 9.6 หน่วย
 ค. 10.4 หน่วย
 ง. 12 หน่วย

ajinbum.com

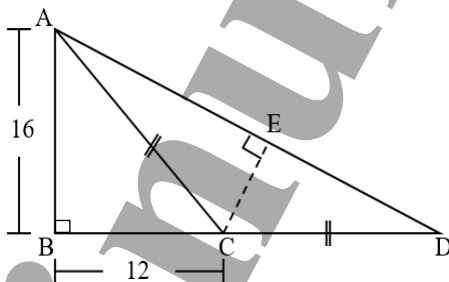
หน้า 38 - 45
มีในเอกสารตัวเต็ม

11) จากรูป $\overline{YD}:\overline{XZ}$ เท่ากับเท่าไร (สมาคมคณิต ๑)



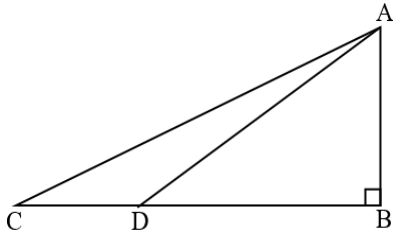
- ก. $3 : \sqrt{5}$
- ข. $3 : 10\sqrt{5}$
- ค. $3\sqrt{5} : 2$
- ง. $3\sqrt{5} : 10$

12) จากรูป ให้ AB ยาว 16 หน่วย, BC ยาว 12 หน่วย, $\overline{AC} = \overline{CD}$ จงหา \overline{CE} ยาวเท่าไร (แนวเตรียมทหาร)



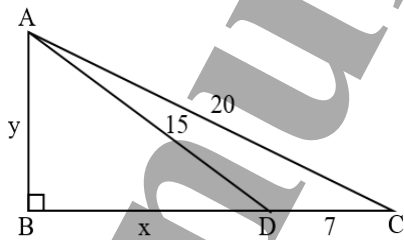
- ก. $4\sqrt{5}$ หน่วย
- ข. $4\sqrt{6}$ หน่วย
- ค. $4\sqrt{7}$ หน่วย
- ง. $5\sqrt{5}$ หน่วย

- 13) จากรูป AB และ AC ยาว 8 และ 17 หน่วย ตามลำดับ ถ้า BD ยาว 5 หน่วย จงหาพื้นที่ของ $\triangle ADC$
(แนวเตรียมทหาร)



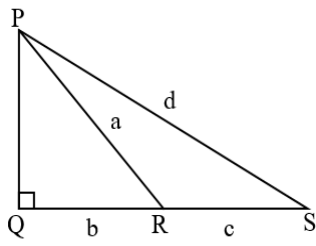
- ก. 34 ตารางหน่วย
- ข. 36 ตารางหน่วย
- ค. 38 ตารางหน่วย
- ง. 40 ตารางหน่วย

- 14) จากรูป จงหาว่า $x+y$ ยาวเท่าไร



- ก. 20 หน่วย
- ข. 21 หน่วย
- ค. 22 หน่วย
- ง. 23 หน่วย

15) จากรูป จงหาค่า b (แนวเตรียมอุดม)



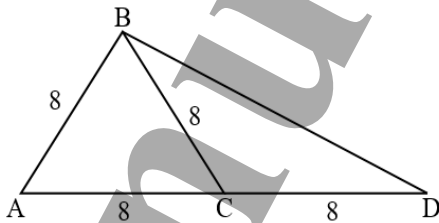
ก. $\frac{a^2 - c^2 + d^2}{2c}$

ข. $\frac{a^2 + c^2 + d^2}{2}$

ค. $\frac{a^2 - c^2 - d^2}{2c}$

ง. $\frac{a^2 + c^2 - d^2}{-2c}$

16) ABC เป็น Δ ด้านเท่า ขาวด้านละ 8 หน่วย ถ้า CD ยาว 8 หน่วย แล้ว BD ยาวกี่หน่วย (แนวเตรียมทหาร)



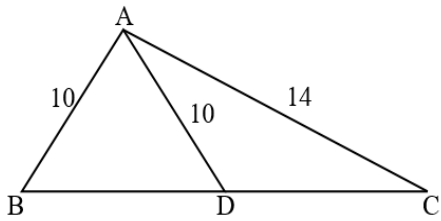
ก. $7\sqrt{2}$ หน่วย

ข. 8 หน่วย

ค. $8\sqrt{2}$ หน่วย

ง. $8\sqrt{3}$ หน่วย

17) จากรูป $AB = AD = 10$ หน่วย, $AC = 14$ หน่วย, $\overline{BC} = 18$ หน่วย จงหาความยาวด้าน \overline{DC}



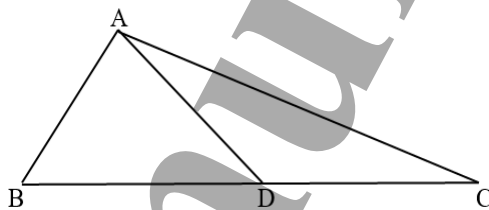
ก. $5\frac{1}{3}$ หน่วย

ข. $6\frac{2}{7}$ หน่วย

ค. $6\frac{1}{7}$ หน่วย

ง. $7\frac{1}{5}$ หน่วย

18) จากรูป ให้ $\overline{AB} = 10$ หน่วย, $\overline{AD} = \sqrt{145}$ หน่วย, $\overline{BD} = \overline{DC} = 15$ หน่วย จงหา \overline{AC} ยาวกี่หน่วย



ก. $5\sqrt{10}$ หน่วย

ข. $6\sqrt{10}$ หน่วย

ค. $7\sqrt{10}$ หน่วย

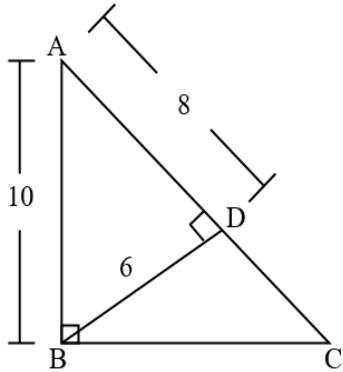
ง. $8\sqrt{10}$ หน่วย

ajinuwat.com

หน้า 50 - 52
มีในเอกสารตัวเต็ม

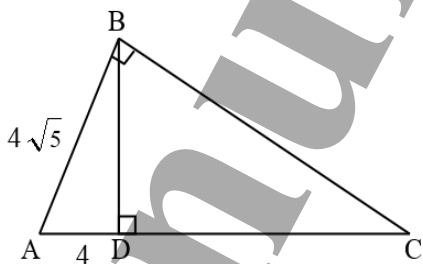
แบบฝึกหัดที่ 10

1) จากรูป จงหาความยาวด้าน \overline{CD}



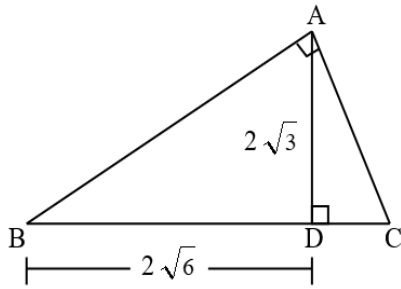
- ก. $2\frac{1}{4}$ หน่วย
- ข. $3\frac{1}{2}$ หน่วย
- ค. $3\frac{1}{4}$ หน่วย
- ง. $4\frac{1}{2}$ หน่วย

2) จากรูป จงหาค่าของ \overline{CD}



- ก. 12 หน่วย
- ข. 14 หน่วย
- ค. 16 หน่วย
- ง. 18 หน่วย

3) จากรูป จงหาความยาวของ \overline{CD}

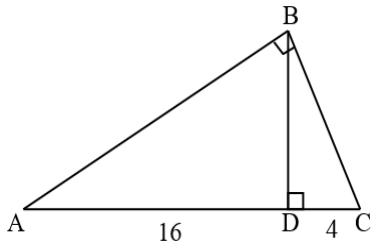


- ก. $\sqrt{3}$ หน่วย
- ข. $2\sqrt{3}$ หน่วย
- ค. $\sqrt{6}$ หน่วย
- ง. $2\sqrt{6}$ หน่วย

4) ในรูปสามเหลี่ยม ABC มีมุม B เป็นมุมฉาก มี \overline{AB} ยาว 12 หน่วย ลากเส้นตรงจากจุด B ไปตั้งฉากกับ \overline{AC} ที่จุด D ทำให้ \overline{BD} ยาว 8 หน่วย จงหาความยาวของ \overline{AC}

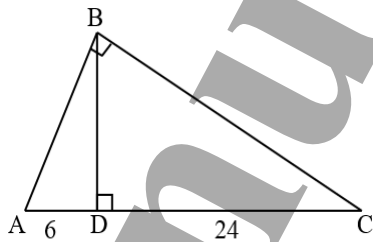
- ก. $6.4\sqrt{5}$ หน่วย
- ข. $7.2\sqrt{5}$ หน่วย
- ค. $8\sqrt{5}$ หน่วย
- ง. $9.4\sqrt{5}$ หน่วย

- 5) จากรูป \overline{AD} ยาว 16 หน่วย, \overline{DC} ยาว 4 หน่วย จงหาความยาวของ \overline{BC}



- ก. $4\sqrt{5}$ หน่วย
ข. $5\sqrt{5}$ หน่วย
ค. 4 หน่วย
ง. 5 หน่วย

- 6) จากรูป \overline{AD} ยาว 6 หน่วย, \overline{DC} ยาว 24 หน่วย จงหาความยาวของ \overline{BD}

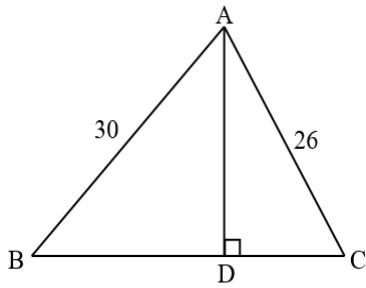


- ก. $9\sqrt{2}$ หน่วย
ข. 10 หน่วย
ค. $10\sqrt{2}$ หน่วย
ง. 12 หน่วย

ajinuwat.com

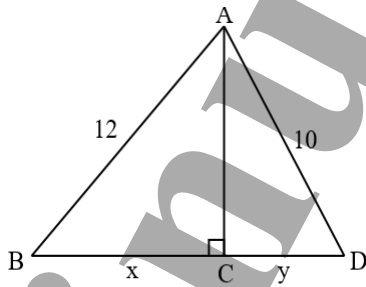
หน้า 56 - 70
มีในเอกสารตัวเต็ม

7) จากรูป \overline{BD} น้อยกว่า 2 เท่าของ \overline{DC} อยู่ 2 หน่วย จงหาพื้นที่ $\triangle ABC$



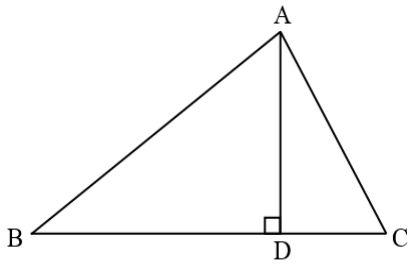
- ก. 282 ตารางหน่วย
- ข. 296 ตารางหน่วย
- ค. 324 ตารางหน่วย
- ง. 336 ตารางหน่วย

8) จากรูป จงหาค่าของ $x^2 - y^2$



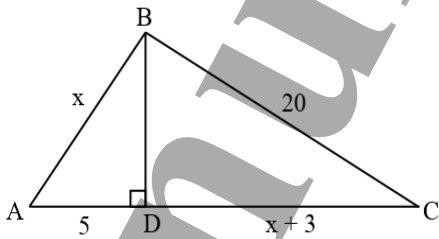
- ก. 40
- ข. 42
- ค. 44
- ง. 45

9) จากรูป จงหาว่า $\overline{AB}^2 - \overline{AC}^2$ เท่ากับข้อใด



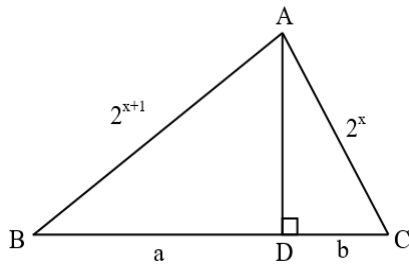
- ก. $\overline{DC}^2 - \overline{AD}^2$
- ข. $\overline{AD}^2 - \overline{DC}^2$
- ค. $\overline{DC}^2 - \overline{BD}^2$
- ง. $\overline{BD}^2 - \overline{DC}^2$

10) จากรูป จงหา \overline{BD} ยาวเท่าไร



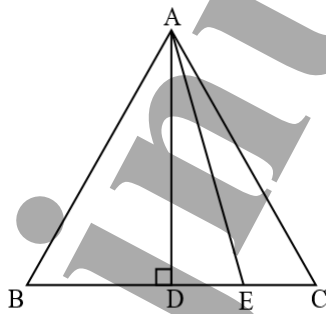
- ก. 12
- ข. 12.5
- ค. 13
- ง. 14

11) จากรูป จงหาความยาวของด้าน \overline{AB} เมื่อกำหนดให้ $a^2 - b^2 = 48$ หน่วย (แนวเตรียมทหาร)



- ก. $4\sqrt{2}$ หน่วย
- ข. $8\sqrt{2}$ หน่วย
- ค. 8 หน่วย
- ง. 16 หน่วย

12) $\triangle ABC$ เป็น \triangle ด้านเท่า ตากเส้น \overline{AD} ไปตั้งฉากกับ \overline{BC} ที่จุด D , จุด E เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน CD ให้ \overline{AE} ยาว x หน่วย จงหาความยาวของด้าน \overline{DC} ในรูป x



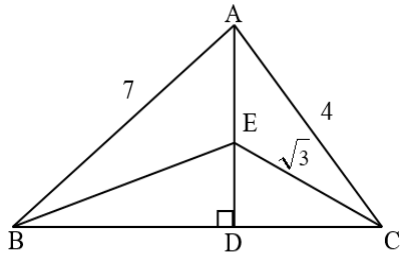
- ก. $\frac{x}{3\sqrt{13}}$ หน่วย
- ข. $\frac{x}{2\sqrt{13}}$ หน่วย
- ค. $\frac{2x}{\sqrt{13}}$ หน่วย
- ง. $x\sqrt{13}$ หน่วย

ajinumpi.com

หน้า 74 - 77
มีในเอกสารตัวเต็ม

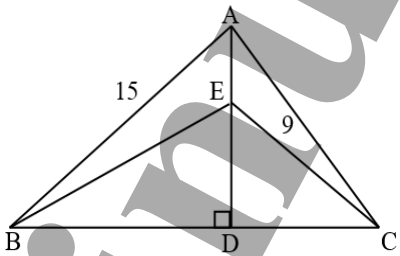
แบบฝึกหัดที่ 13

1) จงหาค่าของ \overline{BE}



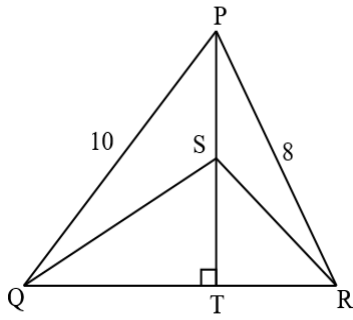
- ก. 3
- ข. 4
- ค. 5
- ง. 6

2) จากรูป จงหาค่าของ $\overline{AC}^2 + \overline{EB}^2$



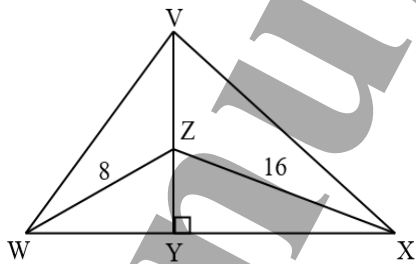
- ก. 306
- ข. 310
- ค. 322
- ง. 330

3) จากรูป จงหาค่าของ $\overline{QS}^2 - \overline{RS}^2$



- ก. 25
- ข. 30
- ค. 36
- ง. 40

4) จากรูป จงหาผลต่างของพื้นที่รูป \square จัตุรัสบนด้าน VX และ VW



- ก. 192 ตารางหน่วย
- ข. 196 ตารางหน่วย
- ค. 200 ตารางหน่วย
- ง. 204 ตารางหน่วย

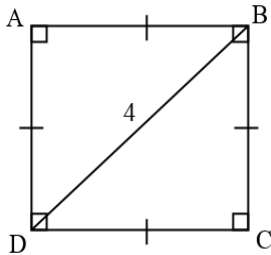
ajinabunni.com

หน้า 80

มีในเอกสารตัวเต็ม

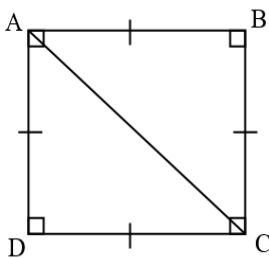
แบบฝึกหัดที่ 14

1) จากรูป สี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD มีเส้นทแยงมุมยาว 4 หน่วย ด้านแต่ละด้านจะยาวกี่หน่วย



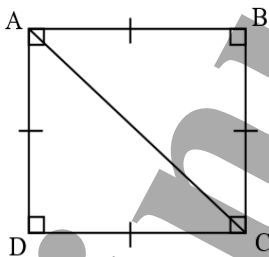
- ก. $2\sqrt{2}$ หน่วย
- ข. 3 หน่วย
- ค. $3\sqrt{2}$ หน่วย
- ง. 3 หน่วย

2) จากรูป สี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD มีพื้นที่ 100 ตารางหน่วย จงหาความยาวเส้นทแยงมุม AC



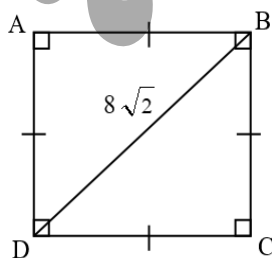
- ก. 6 หน่วย
- ข. $6\sqrt{2}$ หน่วย
- ค. $8\sqrt{2}$ หน่วย
- ง. $10\sqrt{2}$ หน่วย

3) จากรูป สี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD มีเส้นรอบรูปยาว 20 หน่วย จงหาความยาวเส้นทแยงมุม AC



- ก. $3\sqrt{2}$ หน่วย
- ข. $4\sqrt{2}$ หน่วย
- ค. $5\sqrt{2}$ หน่วย
- ง. $6\sqrt{2}$ หน่วย

4) จากรูป สี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD มีเส้นทแยงมุมยาว $8\sqrt{2}$ หน่วย จงหาความยาวของเส้นรอบรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD

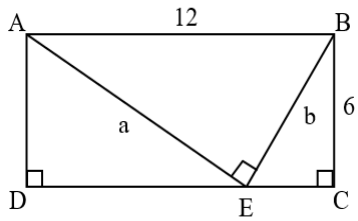


- ก. 30 หน่วย
- ข. 32 หน่วย
- ค. 34 หน่วย
- ง. 36 หน่วย

ajinumpi.com

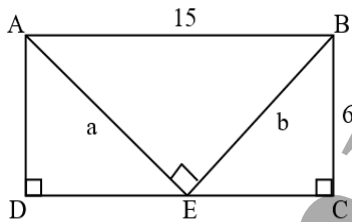
หน้า 82 - 85
มีในเอกสารตัวเต็ม

13) จากรูปที่กำหนดให้ จงหาค่าของ $(a + b)^2$ มีค่าตรงกับข้อใด (แนวเตรียมทหาร)



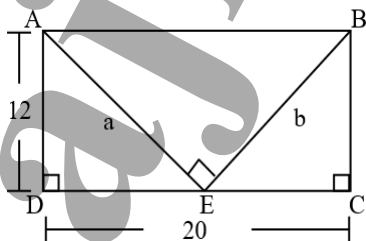
- ก. 200
- ข. 224
- ค. 242
- ง. 288

14) จากรูป จงหาค่าของ $a + b$



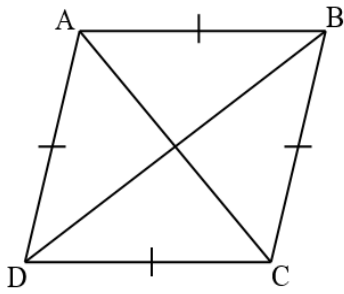
- ก. $8\sqrt{5}$
- ข. 9
- ค. $9\sqrt{5}$
- ง. 10

15) จากรูป $(a^2 + b^2) : 2ab$ เท่ากับข้อใด



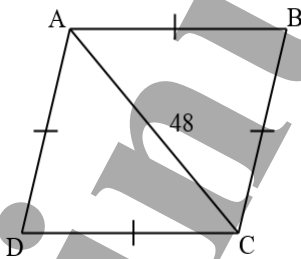
- ก. 1 : 2
- ข. 2 : 3
- ค. 5 : 6
- ง. 3 : 5

- 16) จากรูป สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนมีเส้นทแยงมุมยาว 8 หน่วย และ 12 หน่วย จงหาความยาวรอบรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนรูปนี้



- ก. $7\sqrt{13}$ หน่วย
- ข. $8\sqrt{13}$ หน่วย
- ค. $9\sqrt{13}$ หน่วย
- ง. $10\sqrt{13}$ หน่วย

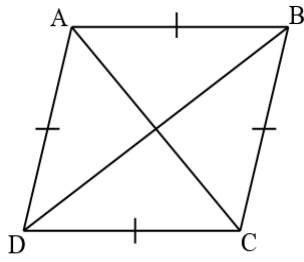
- 17) จากรูป \square ขนมเปียกปูน ABCD มีเส้นรอบรูปยาว 120 หน่วย มีเส้นทแยงมุมเส้นหนึ่งยาว 48 หน่วย จงหาความยาวของเส้นทแยงมุมอีกเส้น



- ก. 36 หน่วย
- ข. 36.5 หน่วย
- ค. 38 หน่วย
- ง. 40 หน่วย

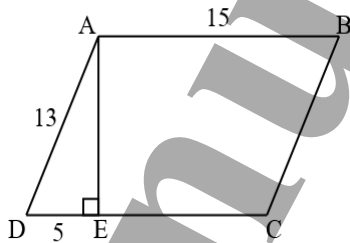
หน้า 88 - 89
มีในเอกสารตัวเต็ม

22) จากรูป $\square ABCD$ เป็น \square ขนมหงอก ถ้า $\overline{AC}^2 + \overline{BD}^2 = 225$ หน่วย จงหา ความยาวรอบรูป $\square ABCD$



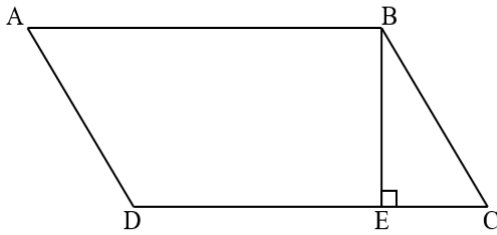
- ก. 28 หน่วย
- ข. 30 หน่วย
- ค. 32 หน่วย
- ง. 34 หน่วย

23) จากรูป $ABCD$ เป็น \square ด้านขนาน จงหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมด้านขนานนี้มีกี่ตารางหน่วย

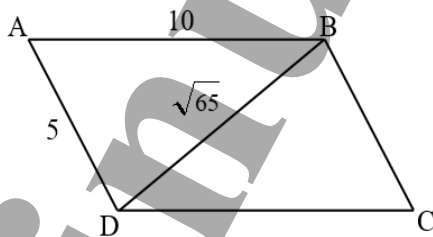


- ก. 160 ตารางหน่วย
- ข. 180 ตารางหน่วย
- ค. 200 ตารางหน่วย
- ง. 240 ตารางหน่วย

- 24) จากรูป ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน มี \overline{BE} ตั้งฉากกับ \overline{DC} ที่จุด E โดยที่ \overline{DE} ยาว 6 หน่วย, \overline{BE} ยาว 4 หน่วย จงหาความยาวรอบรูป $\square ABCD$ เมื่อ $\square ABCD$ มีพื้นที่ 28 ตารางหน่วย

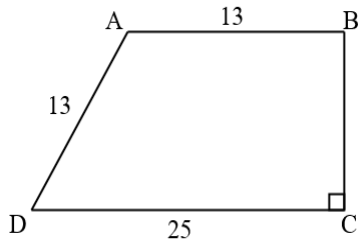


- ก. $7 + \sqrt{17}$ หน่วย
 ข. $\frac{7 + \sqrt{17}}{2}$ หน่วย
 ค. $\frac{7 + \sqrt{17}}{4}$ หน่วย
 ง. $2(7 + \sqrt{17})$ หน่วย
- 25) จากรูป ABCD เป็น \square ด้านขนาน มี $\overline{AB} = \overline{CD} = 10$ หน่วย, $\overline{AD} = 5$ หน่วย และ $\overline{BD} = \sqrt{65}$ หน่วย จงหาความสูงของสี่เหลี่ยมด้านขนาน (แนวเตรียมอุดม)



- ก. 5 หน่วย
 ข. 4 หน่วย
 ค. 3 หน่วย
 ง. 2 หน่วย

26) จากรูป พื้นที่ \square คางหมู ABCD เป็นเท่าไร (สมาคมคณิตฯ)



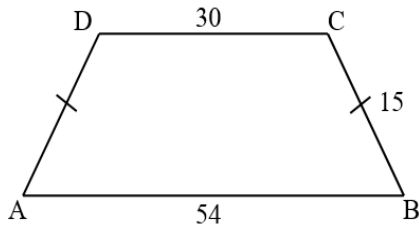
- ก. 70 ตารางหน่วย
- ข. 95 ตารางหน่วย
- ค. 98 ตารางหน่วย
- ง. 190 ตารางหน่วย

27) ถ้า \overline{EB} ยาว 3.5 นิ้ว จากรูปพื้นที่ \square คางหมู ABCD จะมีกี่ตารางนิ้ว (สมาคมคณิตฯ)



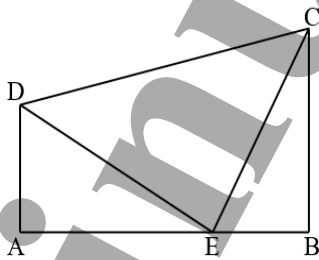
- ก. 8 ตารางนิ้ว
- ข. 10 ตารางนิ้ว
- ค. 12 ตารางนิ้ว
- ง. 16 ตารางนิ้ว

- 28) กำหนดให้ ABCD เป็น □ คางหมู โดยมี \overline{AB} ขนานกับ \overline{CD} และ $\overline{AB} = 54$ หน่วย, $\overline{CD} = 30$ หน่วย
 $\overline{CB} = \overline{DA} = 15$ หน่วย จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ABCD (แนวเตรียมทหาร)



- ก. 498 ตารางหน่วย
- ข. 478 ตารางหน่วย
- ค. 378 ตารางหน่วย
- ง. 278 ตารางหน่วย

- 29) จากรูป $\angle DAE = \angle EBC = \angle DEC = 90^\circ$, $DA = EB = a$ หน่วย, $AE = BC = b$ หน่วย, $AE = 2EB$
 ถ้าพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ABCD เท่ากับ 18 ตารางหน่วย จงหา \overline{DE} ยาวกี่หน่วย (สมาคมคณิตฯ)



- ก. $2\sqrt{5}$ หน่วย
- ข. $4\sqrt{5}$ หน่วย
- ค. 4 หน่วย
- ง. 2 หน่วย

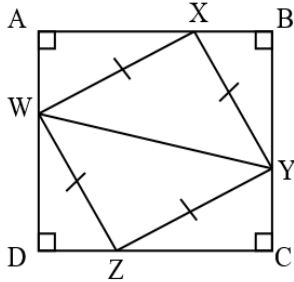
ajinabunni.com

หน้า 94

มีในเอกสารตัวเต็ม

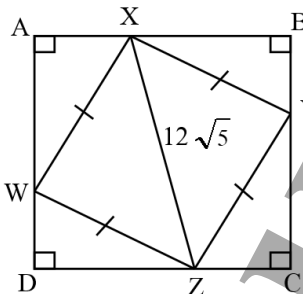
แบบฝึกหัดที่ 15

- 1) จากรูป ABCD เป็น □ จัตุรัสที่มีพื้นที่ 576 ตารางหน่วย รูป □ จัตุรัส WXYZ ที่บรรจุในรูป □ จัตุรัส ABCD มี $\overline{AX} = \overline{BY} = \overline{CZ} = \overline{DW} = 16$ หน่วย จงหาความยาวของ \overline{WY} ยาวกี่หน่วย



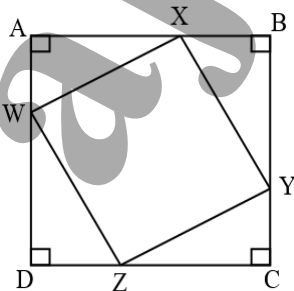
- ก. $7\sqrt{10}$ หน่วย
- ข. $8\sqrt{10}$ หน่วย
- ค. $9\sqrt{10}$ หน่วย
- ง. $10\sqrt{10}$ หน่วย

- 2) จากรูป ABCD เป็น □ จัตุรัส มี $\overline{AX} = \overline{BY} = \overline{CZ} = \overline{DW} = 6$ หน่วย, WXYZ เป็น □ จัตุรัสที่บรรจุในรูป □ จัตุรัส ABCD มี \overline{XZ} ยาว $12\sqrt{5}$ หน่วย จงหาพื้นที่ของ □ จัตุรัส ABCD



- ก. 484 ตร.หน่วย
- ข. 529 ตร.หน่วย
- ค. 576 ตร.หน่วย
- ง. 600 ตร.หน่วย

- 3) จากรูป ABCD เป็น □ จัตุรัสที่มีพื้นที่ 169 ตารางหน่วย, $\overline{AW} = \overline{XB} = \overline{YC} = \overline{ZD} = 4$ หน่วย จงหาพื้นที่ □ จัตุรัส WXYZ ที่บรรจุอยู่ข้างใน □ จัตุรัส ABCD



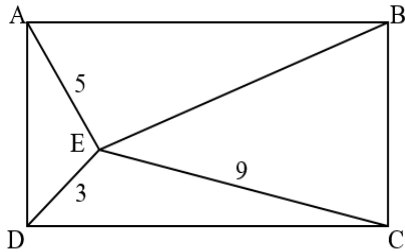
- ก. 97 ตร.หน่วย
- ข. 98 ตร.หน่วย
- ค. 100 ตร.หน่วย
- ง. 108 ตร.หน่วย

ajinuwat.com

หน้า 96 - 97
มีในเอกสารตัวเต็ม

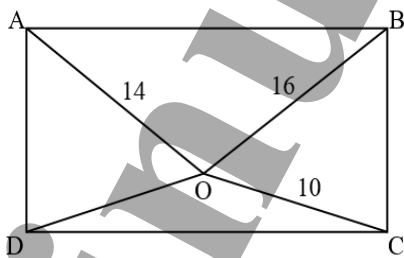
แบบฝึกหัดที่ 16

1) จากรูป $\square ABCD$ เป็น \square สี่เหลี่ยม จงหาความยาวของ \overline{EB}



- ก. $2\sqrt{14}$ หน่วย
- ข. $\sqrt{53}$ หน่วย
- ค. $\sqrt{97}$ หน่วย
- ง. $\sqrt{101}$ หน่วย

2) จากรูป $\square ABCD$ เป็น \square สี่เหลี่ยม จงหาค่าของความยาว \overline{OD} (แนวเตรียมทหาร)



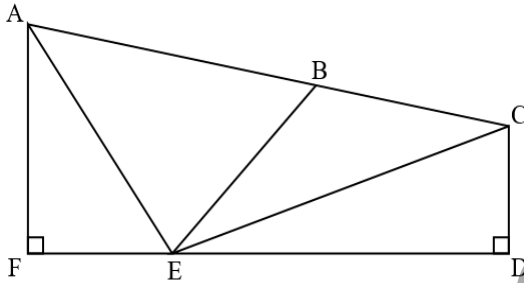
- ก. $2\sqrt{10}$ หน่วย
- ข. $3\sqrt{10}$ หน่วย
- ค. 3 หน่วย
- ง. $4\sqrt{10}$ หน่วย

ajinuwat.com

หน้า 99 - 100
มีในเอกสารตัวเต็ม

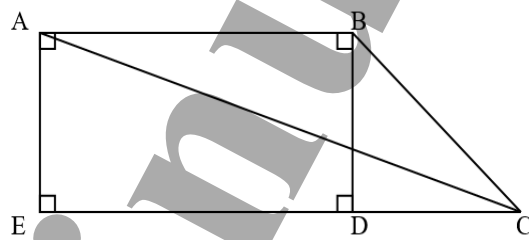
แบบฝึกหัดที่ 17

- 1) ให้ AE แบ่งครึ่งมุม FEB , CE แบ่งครึ่งมุม BED ถ้า AC ยาว 14 หน่วย , AF ยาว 8 หน่วย , FE ยาว 3 หน่วย ED ยาว $7\sqrt{2}$ หน่วย จงหาความยาวของ \overline{CD}



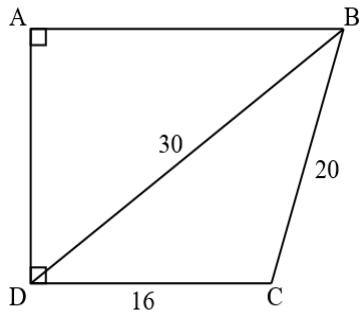
- ก. 4 หน่วย
- ข. 4.5 หน่วย
- ค. 5 หน่วย
- ง. 5.5 หน่วย

- 2) ให้ $\overline{AC} = 17$ หน่วย , $\overline{BC} = 10$ หน่วย , \overline{ED} ยาวกว่า \overline{DC} อยู่ 3 หน่วย จงหาความยาวของ $\overline{AE} + \overline{DC}$



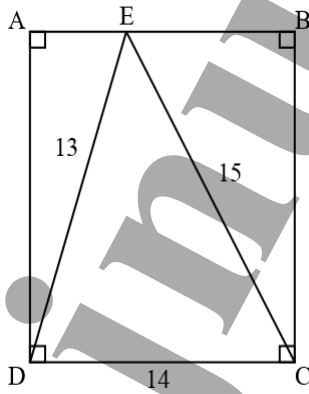
- ก. 14 หน่วย
- ข. 16 หน่วย
- ค. 18 หน่วย
- ง. 20 หน่วย

3) จากรูป จงหาค่าของ \overline{AB} ยาวกี่หน่วย



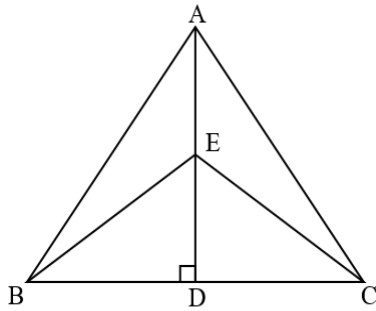
- ก. 21.75 หน่วย
- ข. 23.625 หน่วย
- ค. 24 หน่วย
- ง. 25.824 หน่วย

4) จากรูป จงหาพื้นที่ของสามเหลี่ยม DEC กี่ตารางหน่วย



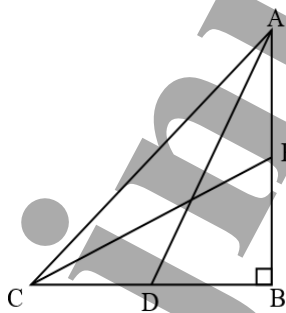
- ก. 78 ตารางหน่วย
- ข. 80 ตารางหน่วย
- ค. 84 ตารางหน่วย
- ง. 90 ตารางหน่วย

- 5) จากรูป ABC เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ด้าน $AB = AC = 3\sqrt{10}$ หน่วย สามเหลี่ยม ABC มีพื้นที่ 18 ตารางหน่วย และ $BE = AE = EC$ และ $BD = DC$ จงหาความยาวเส้นรอบรูปของสามเหลี่ยม BED



- ก. $2\sqrt{10}$ หน่วย
- ข. $3\sqrt{10}$ หน่วย
- ค. $2\sqrt{14}$ หน่วย
- ง. $3\sqrt{14}$ หน่วย

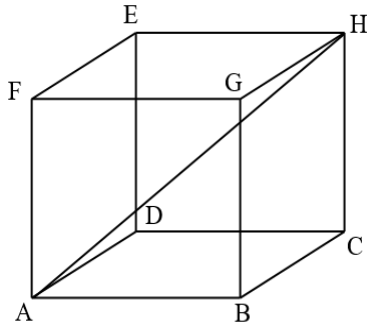
- 6) กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มี D และ E เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน BC และ AB ตามลำดับ ถ้า AD ยาว 8 หน่วย และ CE ยาว 9 หน่วย จงหาความยาวของด้าน AC เป็นเท่าใด (แนวเตรียมอุดม)



- ก. $\sqrt{29}$ หน่วย
- ข. $2\sqrt{29}$ หน่วย
- ค. $3\sqrt{29}$ หน่วย
- ง. $3\sqrt{39}$ หน่วย

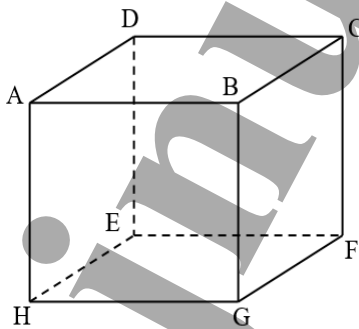
หน้า 104 - 110
มีในเอกสารตัวเต็ม

- 11) ลูกบาศก์ ABCDEFGH มี $AH = a$ หน่วย ปริมาตรของลูกบาศก์นี้เป็นกี่เท่าของปริมาตรลูกบาศก์ที่มีพื้นที่ฐาน a^2 ตารางหน่วย (สมาคมคณิต ๗)



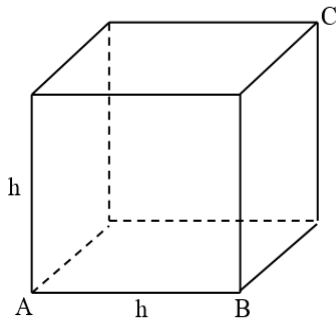
- ก. $\sqrt{3}$ เท่า
- ข. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ เท่า
- ค. $\frac{1}{3\sqrt{3}}$ เท่า
- ง. $3\sqrt{3}$ เท่า

- 12) กำหนดให้ ABCDEFGH เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมี $\overline{HG} = 12$ ซม., $\overline{HE} = 9$ ซม., $\overline{DG} = 17$ ซม. จงหาปริมาตรของรูปทรงสี่เหลี่ยมรูปนี้ (แนวเตรียมทหาร)



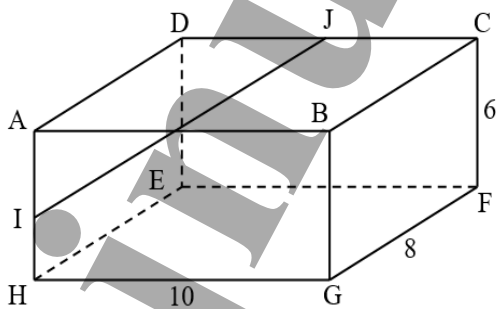
- ก. 756 ลูกบาศก์เซนติเมตร
- ข. 864 ลูกบาศก์เซนติเมตร
- ค. 994 ลูกบาศก์เซนติเมตร
- ง. 1025 ลูกบาศก์เซนติเมตร

- 13) จากรูป A, B, C เป็นจุดมุมของทรงสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ ซึ่งมีด้านแต่ละด้านยาว h ซม. พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (สมมติค่า ๑)



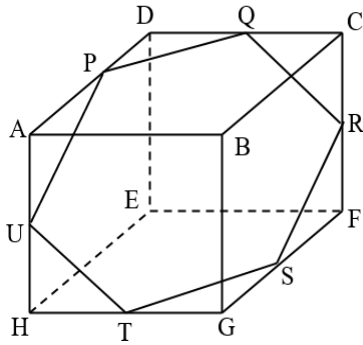
- ก. $\frac{h^2}{2}$ ตารางเซนติเมตร
- ข. $\frac{h^2}{\sqrt{2}}$ ตารางเซนติเมตร
- ค. $\frac{h^2}{2\sqrt{2}}$ ตารางเซนติเมตร
- ง. $\left(\frac{h}{2}\right)^2$ ตารางเซนติเมตร

- 14) รูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ABCDEFGH กว้าง 8 ซม. ยาว 10 ซม. และสูง 6 ซม. มี I และ J เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน \overline{AH} และ \overline{DC} ตามลำดับ จงหาความยาวของ IJ (แนวเตรียมทหาร)



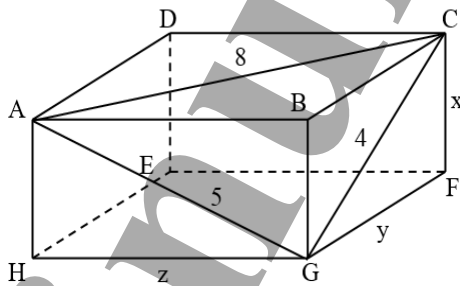
- ก. 5 ซม.
- ข. $5\sqrt{5}$ ซม.
- ค. $6\sqrt{5}$ ซม.
- ง. $7\sqrt{2}$ ซม.

- 15) กำหนดให้ลูกบาศก์มีความยาวด้านละ 2 หน่วย P, Q, R, S, T, U เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน AD, DC, CF, FG, GH, HA ตามลำดับ จงหาพื้นที่ของรูปหกเหลี่ยม PQRSTU (แนวเตรียมอุดม)



- ก. $\sqrt{3}$ ตารางหน่วย
- ข. $2\sqrt{3}$ ตารางหน่วย
- ค. $3\sqrt{3}$ ตารางหน่วย
- ง. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ตารางหน่วย

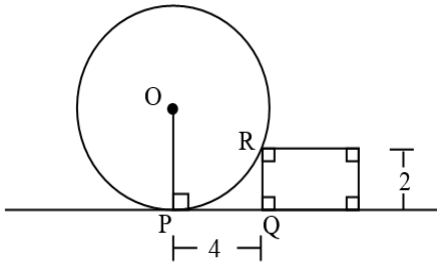
- 16) จากรูป ABCDEFGH เป็นรูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก จงหาค่าของ $x^2 + y^2 + z^2$



- ก. 52.5
- ข. 54
- ค. 56.5
- ง. 58

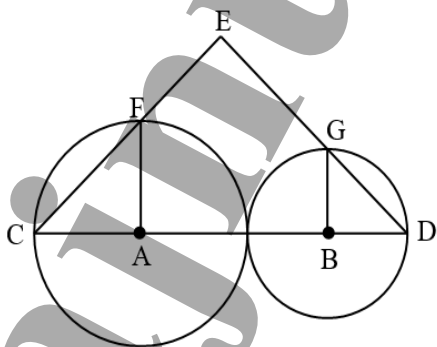
แบบฝึกหัดที่ 19

1) จากรูป จงหาความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O



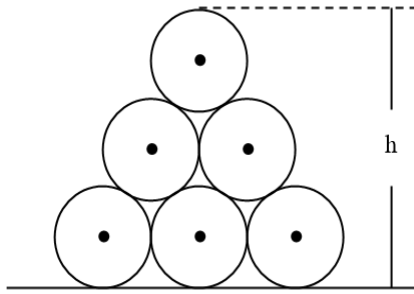
- ก. 8 หน่วย
- ข. 9 หน่วย
- ค. 10 หน่วย
- ง. 12 หน่วย

2) จากรูป รัศมีของวงกลม A และ B ยาว 5 และ 3 หน่วย ตามลำดับ CAF และ DBG ต่างเป็นมุมฉาก จงหาความยาวเส้นรอบรูปของสามเหลี่ยม CDE (สมมติคณิต ๗)



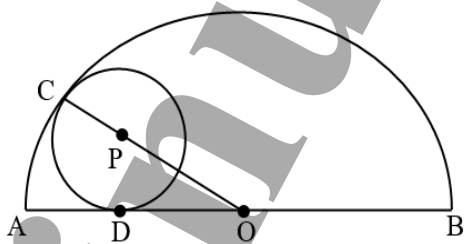
- ก. 28 หน่วย
- ข. $16 + 16\sqrt{2}$ หน่วย
- ค. 30 หน่วย
- ง. $16 + 10\sqrt{2}$ หน่วย

- 3) กระสุนปืนใหญ่ 6 ลูก วางซ้อนกันดังรูป ถ้ารัศมีของแต่ละกระสุนเท่ากับ 120 มิลลิเมตร จงหาความสูง h (แนวเตรียมทหาร)



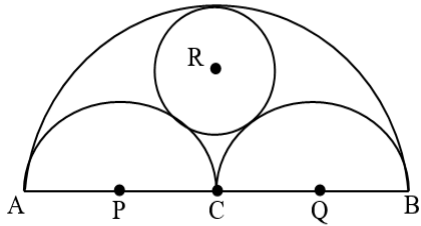
- ก. $240(\sqrt{3}-1)$ มิลลิเมตร
- ข. $240(\sqrt{3}+1)$ มิลลิเมตร
- ค. $240(2\sqrt{3}+1)$ มิลลิเมตร
- ง. $240(2\sqrt{3}-1)$ มิลลิเมตร

- 4) จากรูป กำหนดให้ AD ยาว 3 หน่วย, BD ยาว 7 หน่วย จงหาความยาวของรัศมีวงกลม P ที่สัมผัสกับครึ่งวงกลม O ที่จุด C และ D (แนวเตรียมทหาร)



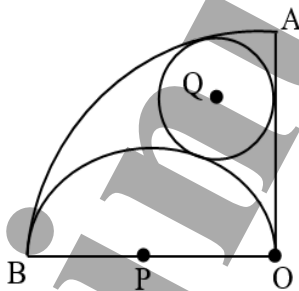
- ก. 2 หน่วย
- ข. 2.1 หน่วย
- ค. 2.2 หน่วย
- ง. 2.5 หน่วย

- 5) จากรูป ครึ่งวงกลม C มีครึ่งวงกลม P และครึ่งวงกลม Q และวงกลม R บรรจุด้านใน จงหาพื้นที่ของวงกลม R เมื่อกำหนดให้ AB ยาว 4 หน่วย



- ก. $\frac{\pi}{3}$ ตารางหน่วย
- ข. $\frac{\pi}{2}$ ตารางหน่วย
- ค. $\frac{4\pi}{9}$ ตารางหน่วย
- ง. $\frac{5\pi}{9}$ ตารางหน่วย

- 6) จากรูป OAB เป็นเซกเตอร์ของวงกลมที่มีรัศมียาว 20 หน่วย และ $\angle AOB$ กว้าง 90° มีครึ่งวงกลม P และวงกลม Q บรรจุภายในดังรูป จงหารัศมีของวงกลม Q



- ก. 4.25 หน่วย
- ข. 4.5 หน่วย
- ค. 4.75 หน่วย
- ง. 5 หน่วย

ajinabunb.com

หน้า 117 - 136
มีในเอกสารตัวเต็ม