

ตัวอย่างเอกสารประกอบการเรียน

การแยกตัวประกอบของพหุนาม

(เนื้อหา และ พื้นฐาน)

เอกสารตัวเต็มมีจำนวน 350 หน้า

เนื้อหาพร้อมแบบฝึกหัดกว่า 1500 ข้อ

ajnunnu.com



เอกสารประกอบการเรียน
วิชา คณิตศาสตร์

$$2x^2 + 6x$$

$$(5m - 1)^2 + 120(5m - 1) + 3600$$

$$-2880 - 20v^2 - 600v$$

Perfect Square Trinomials (PSI)

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)(a+b) = (a+b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)(a-b) = (a-b)^2$$

$$(2\sqrt{10}m)^2 - 2880 - (4\sqrt{7}n)^2$$

$$\frac{1}{63} - \frac{784s}{45}$$

$$-\frac{144x^2}{49} + \frac{18xy}{7} - \frac{9y^2}{16}$$

$$36(x-2y-1)^2 - 9y^2$$

$$-15x^2 + 120x - 1575$$

$$20x^2 + 840x + 1600$$

$$\frac{5c^2}{729} - \frac{7d}{361}$$

การแยกตัวประกอบของพหุนาม (เนื้อหา และ พื้นฐาน)

$$20x^2 + 840x + 1600$$

$$\frac{7d^2}{361}$$

$$256(m+3)^2 - 400$$

$$5m^2 + 6m + 1$$

$$\frac{5c^2}{729} - \frac{7d^2}{361}$$

$$7u^2v(p^2 - 5q^2) - 7uv^2(p^2 - 5q^2) + 6x^2yz$$

Difference of Two Squares (DOTS)

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$12x^3yz^2 - 15xy^3z^2 + 6x^2yz^3$$

$$\frac{5c^2}{729} - \frac{7d}{361}$$

$$28x^2 - 14x + 7$$

$$168p^2 + 7\sqrt{2}pq + \frac{q}{48}$$

$$20x^2 + 840x + 1600$$

$$-2880 - 20v^2 - 600v$$

$$21x^2z + 20y$$

$$20x^2 + 840x + 1600$$

เอกสารนี้เผยแพร่ที่: ajnunu.com

ข้อกำหนดในการใช้เอกสาร: เอกสารประกอบการเรียนนี้เป็นผลงานการเรียบเรียงของ อ.วิษณุ วงศ์ธรรมศิริ ซึ่งได้รับความคุ้มครองตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ ผู้ที่ต้องการเผยแพร่ส่วนหนึ่งส่วนใดของเอกสารนี้ หรือใช้เอกสารนี้ในการประกอบการสอน ต้องได้รับการยินยอมเป็นลายลักษณ์อักษรก่อนเท่านั้น

โปรดอ่านคำชี้แจงนี้ก่อนทำการศึกษา

จากประสบการณ์ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์มาเป็นระยะเวลาหลายปี ผู้จัดทำพบว่า หัวข้อหนึ่งที่มีความสำคัญเป็นอย่างสูงและเป็นพื้นฐานสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ในการต่อยอดในการเรียนระดับสูงขึ้นไปนั่นก็คือ หัวข้อเรื่อง **การแยกตัวประกอบของพหุนาม** ซึ่งจากประสบการณ์ในการสอนมาหลายปี นั้นพบว่า “ นักเรียนไทยมีปัญหาในการเรียนและทำความเข้าใจเกี่ยวกับหัวข้อนี้เป็นอย่างมาก ”

ดังนั้น เอกสารการเรียนออนไลน์ หัวข้อเรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามฉบับนี้ ผู้จัดทำจึงได้ใช้ความตั้งใจและจริงจังอย่างสูง รวบรวมประสบการณ์จากการทำการสอนนักเรียนจำนวนมาก มาวิเคราะห์วิจัยเพื่อจัดทำเอกสารการเรียนที่มีคุณภาพอย่างสูงเท่าที่ผู้จัดทำจะสามารถทำได้ คาดหวังว่าจะเป็นเอกสารการเรียนหัวข้อเรื่องการแยกตัวประกอบของพหุนามที่ดีที่สุด

เอกสารฉบับนี้เหมาะสำหรับนักเรียนผู้ที่มีความต้องการในการศึกษาเรื่องการแยกตัวประกอบของพหุนามอย่างจริงจังเป็นขั้นตอนเป็นลำดับขั้นจากง่ายไปยาก อีกทั้งยังเหมาะสำหรับนิสิตนักศึกษาหรือผู้ที่ทำการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อใช้เป็นแนวทางในการสอนแก่นักเรียนด้วย

ข้อแนะนำในการเรียน

1. ผู้เรียนต้องทำการศึกษาเกี่ยวกับเนื้อหาก่อนที่จะทำแบบฝึกหัดในแต่ละหัวข้ออย่างตั้งใจ พร้อมทั้งคิดวิเคราะห์ตามสิ่งที่สอน ไม่ใช่เอาแต่จดอย่างเดียว

2. ในส่วนของแบบฝึกหัดนั้นจะประกอบไปด้วยแบบฝึกหัดที่มีจำนวนมากหลายข้อ ไล่ลำดับจากง่ายไปยากอย่างเป็นขั้นตอน เพื่ออุดช่องโหว่ใดๆที่อาจจะเกิดขึ้นได้ แต่เนื่องจากแบบฝึกหัดมีจำนวนข้อเป็นจำนวนมากและในแต่ละข้อนั้นมีการอธิบายอย่างละเอียด การศึกษานั้นอาจจะต้องใช้เวลานานมากๆ จึงแนะนำว่า ให้ผู้ศึกษานั้นทำการศึกษาในแต่ละแบบฝึกหัดในข้อช่วงแรกๆนั้นพร้อมกับผู้สอน จากนั้นเมื่อผู้ที่ทำการศึกษานั้น รู้สึกเริ่มจับจุดและเข้าใจถึงวิธีการทำในแต่ละแบบฝึกหัดนั้นแล้ว ผู้ศึกษาควรพยายามทำข้อต่อๆไปนั้นด้วยตนเอง เมื่อติดปัญหาข้อใดก็ให้มาดูวิธีการทำเป็นรายข้อ

3. ในส่วนของแบบฝึกหัดตนเอง (self practice) คาดหวังให้ผู้ที่ทำการศึกษานั้นได้ลองทำแบบฝึกหัดด้วยตนเองซึ่งแบบฝึกหัดตนเอง (self practice) นั้น จะเป็นการเลียนแบบโจทย์แบบฝึกหัดที่ได้ทำการศึกษามาก่อนหน้านี้ เพื่อประเมินตนเองว่า มีความเข้าใจและสามารถทำแบบฝึกหัดด้วยตนเองได้หรือไม่

ajnununu.com หวังว่าเอกสารการเรียนออนไลน์หัวข้อเรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนาม นี้ จะมีประโยชน์ไม่มากนักน้อยกับผู้ที่ได้ทำการศึกษา



สารบัญ

ความหมายของการแยกตัวประกอบของพหุนามหน้า 1

การแยกตัวประกอบของพหุนาม

วิธีที่ 1 การแยกตัวประกอบพหุนามโดยการดึงตัวประกอบร่วม (ใช้สมบัติการแจกแจง)หน้า 2

แบบฝึกหัดที่ 1.1

ตอนที่ 1หน้า 4
ตอนที่ 2หน้า 6
ตอนที่ 3หน้า 9
ตอนที่ 4หน้า 12

แบบฝึกหัดที่ 1.2

ตอนที่ 1หน้า 16
ตอนที่ 2หน้า 21
ตอนที่ 3หน้า 27

วิธีที่ 2

การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองหน้า 32

รูปแบบที่ 1.1 การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง รูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนเต็ม และ $c = 0$ หน้า 35

แบบฝึกหัดที่ 2.1

ตอนที่ 1หน้า 37	ตอนที่ 8หน้า 44
ตอนที่ 2หน้า 38	ตอนที่ 9หน้า 45
ตอนที่ 3หน้า 39	ตอนที่ 10หน้า 46
ตอนที่ 4หน้า 40	ตอนที่ 11หน้า 47
ตอนที่ 5หน้า 41	ตอนที่ 12หน้า 48
ตอนที่ 6หน้า 42	ตอนที่ 13หน้า 49
ตอนที่ 7หน้า 43	ตอนที่ 14หน้า 50

กรณีที่ 1

c เป็นบวก , b เป็นบวก

หน้า 51

กรณีที่ 2

c เป็นบวก , b เป็นลบ

แบบฝึกหัดที่ 2.2

ตอนที่ 1หน้า 55	ตอนที่ 6หน้า 62	ตอนที่ 11หน้า 67
ตอนที่ 2หน้า 56	ตอนที่ 7หน้า 63	ตอนที่ 12หน้า 68
ตอนที่ 3หน้า 57	ตอนที่ 8หน้า 64	ตอนที่ 13หน้า 70
ตอนที่ 4หน้า 58	ตอนที่ 9หน้า 65	ตอนที่ 14หน้า 71
ตอนที่ 5หน้า 60	ตอนที่ 10หน้า 66	ตอนที่ 15หน้า 73

กรณีที่ 3

c เป็นลบ , b เป็นบวก

หน้า 82

กรณีที่ 4

c เป็นลบ , b เป็นลบ

แบบฝึกหัดที่ 2.3

ตอนที่ 1หน้า 85	ตอนที่ 6หน้า 92	ตอนที่ 11หน้า 98
ตอนที่ 2หน้า 86	ตอนที่ 7หน้า 94	ตอนที่ 12หน้า 99
ตอนที่ 3หน้า 87	ตอนที่ 8หน้า 95	ตอนที่ 13หน้า 101
ตอนที่ 4หน้า 89	ตอนที่ 9หน้า 96	ตอนที่ 14หน้า 102
ตอนที่ 5หน้า 90	ตอนที่ 10หน้า 97	ตอนที่ 15หน้า 104

แบบฝึกหัดที่ 2.4

หน้า 113

กรณีที่ 1

c เป็นบวก , b เป็นบวก

หน้า 119

กรณีที่ 2

c เป็นบวก , b เป็นลบ

แบบฝึกหัดที่ 2.5

ตอนที่ 1หน้า 123	ตอนที่ 4หน้า 134	ตอนที่ 7หน้า 141
ตอนที่ 2หน้า 127	ตอนที่ 5หน้า 137	ตอนที่ 8หน้า 143
ตอนที่ 3หน้า 129	ตอนที่ 6หน้า 139	ตอนที่ 9หน้า 145

กรณีที่ 3

c เป็นลบ , b เป็นบวก

หน้า 148

กรณีที่ 4

c เป็นลบ , b เป็นลบ

แบบฝึกหัดที่ 2.6

ตอนที่ 1หน้า 152	ตอนที่ 4หน้า 166	ตอนที่ 7หน้า 176
ตอนที่ 2หน้า 156	ตอนที่ 5หน้า 169	ตอนที่ 8หน้า 179
ตอนที่ 3หน้า 158	ตอนที่ 6หน้า 172	ตอนที่ 9หน้า 182

แบบฝึกหัดที่ 2.7

.....หน้า 186

รูปแบบที่ 2**การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง $ax^2 + bx + c$ ที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ เมื่อ $a > 0$** **... หน้า 195****แบบฝึกหัดที่ 3**

ตอนที่ 1	หน้า 200
ตอนที่ 2	หน้า 205
ตอนที่ 3	หน้า 211
ตอนที่ 4	หน้า 219
ตอนที่ 5	หน้า 225
ตอนที่ 6	หน้า 233
ตอนที่ 7	หน้า 237

รูปแบบที่ 3**การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง****... หน้า 249****แบบฝึกหัดที่ 4**

ตอนที่ 1	หน้า 253
ตอนที่ 2	หน้า 255
ตอนที่ 3	หน้า 257
ตอนที่ 4	หน้า 259
ตอนที่ 5	หน้า 262
ตอนที่ 6	หน้า 265
ตอนที่ 7	หน้า 271
ตอนที่ 8	หน้า 278
ตอนที่ 9	หน้า 298
ตอนที่ 10	หน้า 311

รูปแบบที่ 4**การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง โดยใช้วิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์ (ผสมกับผลต่างกำลังสอง)****... หน้า 322****แบบฝึกหัดที่ 5**

.....	หน้า 324
-------	----------

การแยกตัวประกอบของพหุนาม

จากการที่เราได้ทำการศึกษาเรื่องพหุนามทั้งการบวก ลบ คูณ หาร พหุนามมาแล้วนั้น ในลำดับต่อไปซึ่งมีความสำคัญมากในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ขั้นสูงต่อไปนั้น เราต้องทำความรู้จักกับการแยกตัวประกอบของพหุนาม

พิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

จาก $3 \times 5 =$

เขียนกลับได้ว่า $15 =$

$2 \times 2 \times 2 \times 3 =$

เขียนกลับได้ว่า $24 =$

$2 \times 3 \times 7 =$

เขียนกลับได้ว่า $42 =$

พิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

จาก $5(x + 4) =$

เขียนกลับได้ว่า $5x + 20 =$

$4a(5a - 3) =$

เขียนกลับได้ว่า $20a^2 - 12a =$

$(3m + 2)(2m - 5) =$

เขียนกลับได้ว่า $6m^2 - 11m - 10 =$

$(5y + 3)(5y - 3) =$

เขียนกลับได้ว่า $25y^2 - 9 =$

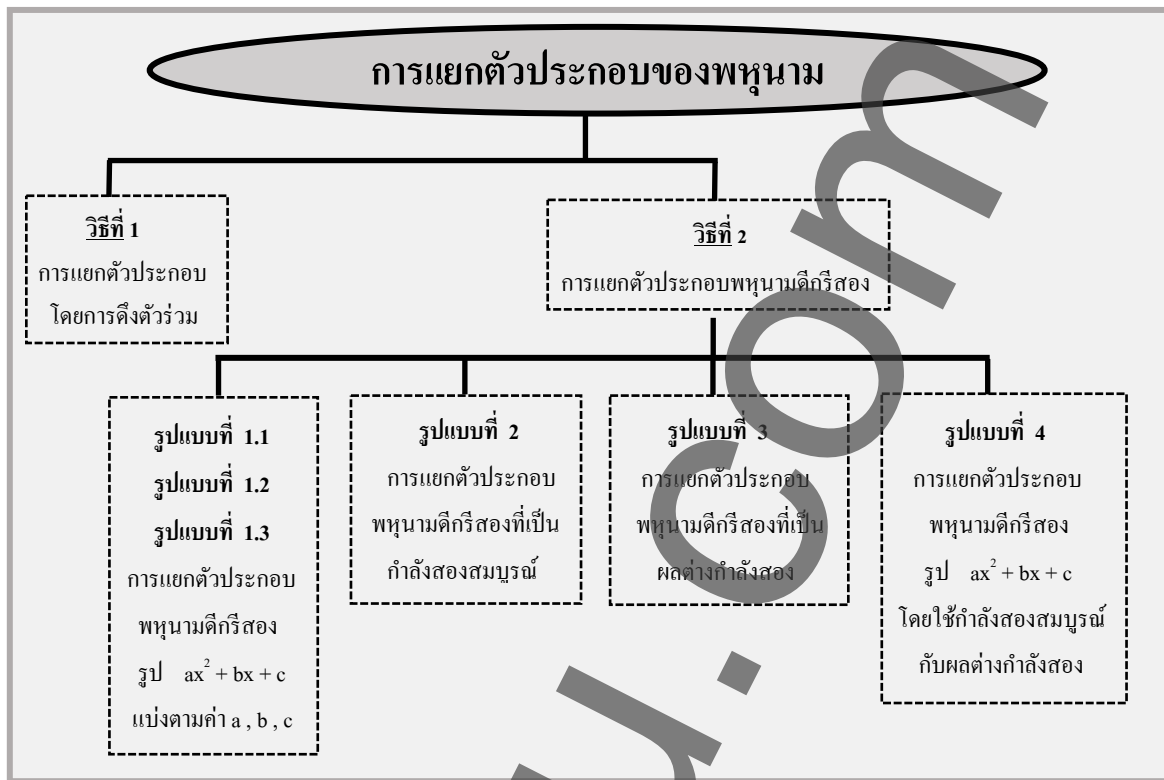
$3x^2(x - 1)(x - 1) =$

เขียนกลับได้ว่า $3x^4 - 6x^3 + 3x^2 =$



การแยกตัวประกอบของพหุนาม คือ _____

สำหรับหัวข้อการแยกตัวประกอบของพหุนามที่เราจะทำการศึกษานั้น ประกอบไปด้วยการแยกตัวประกอบที่มีหลายวิธี จึงขอทำการแจกแจงหัวข้อย่อยๆ ให้ได้รับทราบก่อนทำการศึกษาดังนี้



วิธีที่ 1

การแยกตัวประกอบพหุนามโดยการดึงตัวประกอบร่วม (ใช้สมบัติการแจกแจง)

สมบัติการแจกแจง

ถ้า a, b, c แทนจำนวนใดๆ แล้ว

$$a(b+c) =$$

$$(a+b)c =$$

ซึ่งเราสามารถเขียนสลับได้ว่า;

$$ab+ac =$$

$$ac+bc =$$

ซึ่งการแยกตัวประกอบของพหุนามโดยวิธีนี้ใช้สำหรับแยกตัวประกอบพหุนามที่แต่ละพจน์มีตัวประกอบร่วม การแยกตัวประกอบโดยวิธีนี้จึงเรียกว่า

ตัวอย่าง

จงแยกตัวประกอบพหุนามที่กำหนดให้ต่อไปนี้โดยการดึงตัวร่วม

1) $5x + 20 =$ _____

$=$ _____

2) $4a^2 - 18a =$ _____

$=$ _____

3) $16m^3n^2 - 28m^2n^3 =$ _____

$=$ _____

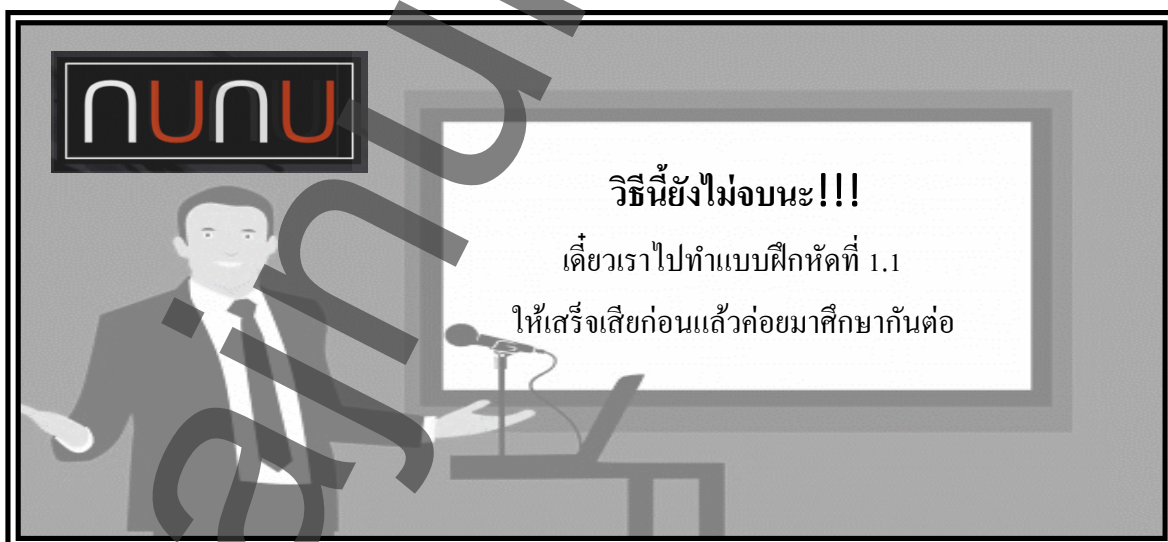
4) $24xy^2z + 48x^2yz - 30xyz^2 =$ _____

$=$ _____

5) $10m^2n^2 + 15m^2n - 25mn^2 + mn =$ _____

$=$ _____

หมายเหตุ :



แบบฝึกหัดที่ 1.1

ตอนที่ 1

จงแยกตัวประกอบพหุนามที่กำหนดให้ต่อไปนี้โดยการดึงตัวร่วม

1) $2x + 6$	2) $5y + 20$	3) $10m - 70$	4) $8n - 40$
5) $7a^3 + 7$	6) $9p^5 + 9$	7) $4k^7 - 4$	8) $3xy - 3$
9) $10ab + 5$	10) $24mn + 4$	11) $16s^2t - 2$	12) $90u^3v^2 - 9$
13) $6a^5b^2 + 8$	14) $35xyz + 21$	15) $12mnp - 15$	16) $45a^2bc^3d - 35$
17) $12x + 12y$	18) $63a + 9b$	19) $5m^2 + 25n^2$	20) $28p^5 + 12q^2$
21) $15ab - 15cd$	22) $30mn - 6pq$	23) $7a^2b^3 - 21c^2d^3$	24) $24xyz - 20abc$
25) $9m + 9n + 9$	26) $5p - 5q - 5$	27) $2x^2 + 6x + 8$	28) $4a^2 - 4a + 4$
29) $5y^2 - 10y + 5$	30) $7z^2 + 7z - 56$	31) $15m^2 + 20m - 25$	
32) $30n^2 - 24n - 36$	33) $48p^2 + 60p + 84$	34) $10m^3 + 6n^2 + 2$	
35) $49ab - 35cd - 7$	36) $40xy + 8yz - 24$	37) $8a^3b^2 - 20b^2c - 28$	

38) $7a - 7b - 7c$	39) $19x^3 + 19y^2 + 19z$	40) $36ab - 60bc - 144cd$
41) $25x^2y - 125a^3b^2 - 75pq$	42) $17p - 17q - 17r + 17$	43) $15a - 35b + 5c - 30d$
44) $108p^3 - 9q^5 + 27r - 45s^4$	45) $15ab - 60bc + 90cd - 120de$	

SELF PRACTICE (แบบฝึกหัดตนเอง)

1) $4a + 8$	2) $6b + 24$	3) $9x - 72$	4) $6y - 42$
5) $2q^3 + 6$	6) $10p^5 + 10$	7) $12t^7 - 12$	8) $8pq - 8$
9) $15ab + 5$	10) $32uv + 4$	11) $20y^2z - 2$	12) $45u^3v^2 - 9$
13) $12a^5b^2 + 8$	14) $49abc + 21$	15) $18xyz - 15$	16) $40a^2bc^3d - 35$
17) $17m + 17n$	18) $45c + 9d$	19) $5m^2 + 35n^2$	20) $28p^5 + 16q^2$
21) $25ab - 25cd$	22) $36ab - 6cd$	23) $7a^2b^3 - 28c^2d^3$	24) $28xyz - 20abc$
25) $7d + 7e + 7$	26) $11p - 11q - 11$	27) $2x^2 + 12x + 10$	28) $9a^2 - 9a + 9$

หน้า 6 - 14

มีในเอกสารตัวเต็ม

ในกรณีการแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีหลายพจน์ อาจไม่สามารถดึงตัวประกอบร่วมจากทุกๆ พจน์ได้ เราอาจใช้วิธีการจัดกลุ่ม สมบัติสลับที่ มาประกอบด้วยเพื่อหาตัวประกอบร่วม เรียกการแยกตัวประกอบวิธีนี้ว่า

ตัวอย่าง

จงแยกตัวประกอบที่กำหนดให้ต่อไปนี้ ด้วยวิธีการจัดกลุ่มแล้วดึงตัวประกอบร่วม

1) $xy^2 + 6x + y^2z + 6z =$ _____

= _____

= _____

2) $4ad + 12bd - 3ac - 9bc =$ _____

= _____

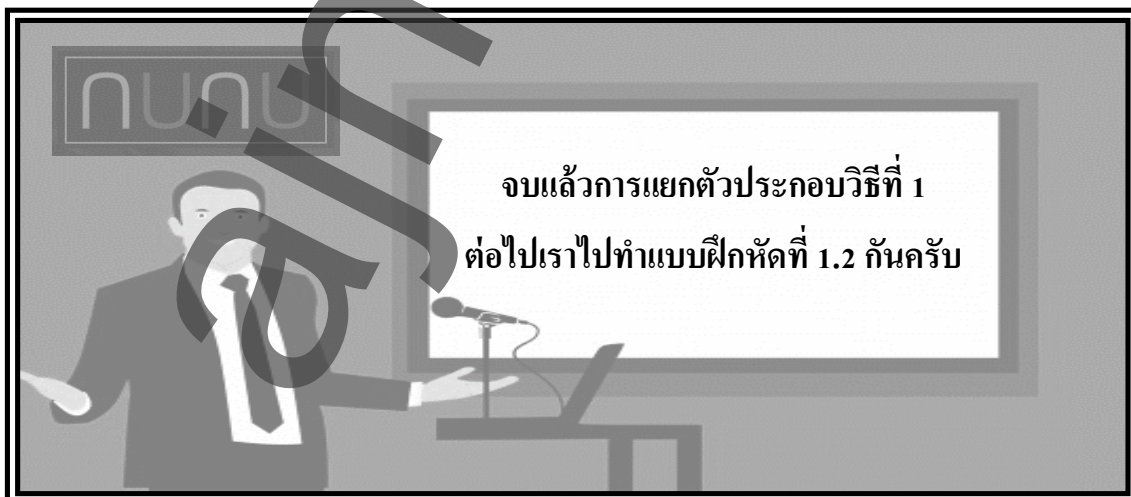
= _____

3) $3p^2 + 20qr - 12pq - 5pr =$ _____

= _____

= _____

= _____



แบบฝึกหัดที่ 1.2

ตอนที่ 1

จงแยกตัวประกอบพหุนามที่กำหนดให้ต่อไปนี้โดยการดึงตัวร่วม

1) $x(x + 2) + 5(x + 2)$

2) $x(2x - 7) - 3(2x - 7)$

3) $4x(5x + 1) + (5x + 1)$

4) $2a(3a - b) + 7(3a - b)$

5) $5m(m - n) - 4(m - n)$

6) $8y(x - 5) + 12z(x - 5)$

7) $15x(a^2 - 5b^2) - 5y(a^2 - 5b^2)$

8) $7u^2v(p^2 - 5q^3) - 7uv^2(p^2 - 5q^3)$

9) $6p(7m^2 - 3n) - 13q(7m^2 - 3n)$

10) $c^2(c + 3) - 5c(c + 3) + c + 3$

11) $a^2(xy - 3) + a(xy - 3) + xy - 3$

12) $7x^2(p^2 - 3q^2) - 3x(p^2 - 3q^2) - (p^2 - 3q^2)$

13) $3a^2(3x^2 + 4x - 1) - 5b^2(3x^2 + 4x - 1) + 3(3x^2 + 4x - 1)$

14) $18p^3(5a^2 + 3a + 4) - 12p^2(5a^2 + 3a + 4) - 6p(5a^2 + 3a + 4) + 5a^2 + 3a + 4$

15) $5a^2(a^2 + b^2 + c^2) - 2b^2(a^2 + b^2 + c^2) - c^3(a^2 + b^2 + c^2) - (a^2 + b^2 + c^2)$

16) $(a + b)c^2 + abc^2$

17) $(x - y)z^4 - xyz^4$

18) $x^2(y + 2) + x(y + 2)$

19) $p^2q(3r + 5) - pq^2(3r + 5)$

20) $15uv^3(5c - 4) - 10u^3v(5c - 4)$

21) $(3x + y)(2a + b) + (3x + y)(5a + 3b)$

22) $(7p^2 - 3q)(4x + 5y) + (7p^2 - 3q)(6x + 7y)$

23) $(3w^2 + 5v^2)(5a - 9b) - (3a - 2b)(3w^2 + 5v^2)$

24) $(5c^2 - d^4)(8x + 15y) - (2x - 3y)(5c^2 - d^4)$

25) $(10p^3q - p^2q)(m^3 - n^4) - (m^3 - n^4)(5p^3q + 4p^2q)$

SELF PRACTICE (แบบฝึกหัดตนเอง)

1) $x(x + 5) + 4(x + 5)$

2) $x(5x - 3) - 7(5x - 3)$

3) $6x(7x + 1) + (7x + 1)$

4) $5a(9a - b) + 8(9a - b)$

5) $11m(m - n) - 7(m - n)$

6) $8y(x - 6) + 20z(x - 6)$

หน้า 19 - 31

มีในเอกสารตัวเต็ม

วิธีที่ 2

การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง

การแยกตัวประกอบในกรณีนี้ ถือว่ามีความสำคัญเป็นอย่างมากที่จะต้องใช้เป็นพื้นฐานในการแก้สมการกำลังสองที่นักเรียนจะต้องศึกษา ดังนั้นจึงอยากจะทำให้นักเรียนเน้นและให้ความสำคัญกับการแยกตัวประกอบในกรณีนี้เป็นอย่างมาก

มีฉะนั้น!!!! จะไม่สามารถทำการศึกษาในหัวข้อการแก้สมการกำลังสองได้อย่างเข้าใจ

ก่อนอื่นเรามาทำความรู้จักกับพหุนามดีกรีสองที่เราจะแยกตัวประกอบกันเสียก่อน

รูปแบบพหุนามดีกรีสอง

$$ax^2 + bx + c$$



กำหนดให้ x เป็นตัวแปรของพหุนาม

a คือ _____

b คือ _____

c คือ _____

ตัวอย่างพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียวที่จะแยกตัวประกอบ

1) $5x^2 + 3x + 4$ → _____

2) $m^2 - 3m - 5$ → _____

3) $3y^2 + y - 1$ → _____

4) $12p^2 - 5p$ → _____

5) $9g^2 - 4$ → _____

เนื่องจากพหุนามดีกรีสองที่เราจะแยกตัวประกอบนั้น ต้องมีลักษณะที่สำคัญ คือ

- 1) พหุนามกำลังสองต้องเรียงดีกรีจากมากไปน้อย $ax^2 + bx + c$
- 2) a เป็นจำนวนเต็มบวก , b และ c เป็นจำนวนเต็ม

ดังนั้น ในกรณีที่พหุนามดีกรีสองที่โจทย์กำหนดมาให้ไม่มีรูปพหุนามที่ไม่ตรงกับเงื่อนไขข้างต้น ก่อนทำการแยกตัวประกอบควรจัดรูปของพหุนามใหม่ตามกรณีดังต่อไปนี้

กรณีที่ 1 ถ้าพหุนามดีกรีสองที่โจทย์กำหนดมาให้ไม่เรียงดีกรีจากมากไปน้อยให้ทำการเรียงดีกรีใหม่เสียก่อน เช่น

1) $18 + 11x + x^2$	เรียงดีกรีจากมากไปน้อยได้ว่า _____
2) $-3y + y^2 - 54$	เรียงดีกรีจากมากไปน้อยได้ว่า _____
3) $-3 + 10m^2 - m$	เรียงดีกรีจากมากไปน้อยได้ว่า _____
4) $-7p + 3p^2$	เรียงดีกรีจากมากไปน้อยได้ว่า _____
5) $-16 + 5g^2$	เรียงดีกรีจากมากไปน้อยได้ว่า _____

กรณีที่ 2 ถ้าพหุนามดีกรีสองที่โจทย์กำหนดมาให้ สปส. ของตัวแปรที่ยกกำลังสองที่จะต้องเป็นจำนวนเต็มบวกนั้นมีค่าเป็น - ให้ทำการดึงเครื่องหมาย - ออกมาจากทุกพจน์เสียก่อน เพื่อให้ สปส. ของตัวแปรที่ยกกำลังสองมีค่าเป็น + ตรงตามเงื่อนไข เช่น

1) $-x^2 - 10x - 16$	→ _____
2) $-y^2 + y + 20$	→ _____
3) $-14m^2 - 13m + 12$	→ _____
4) $-3p^2 + 5p$	→ _____
5) $-7q^2 - 16$	→ _____

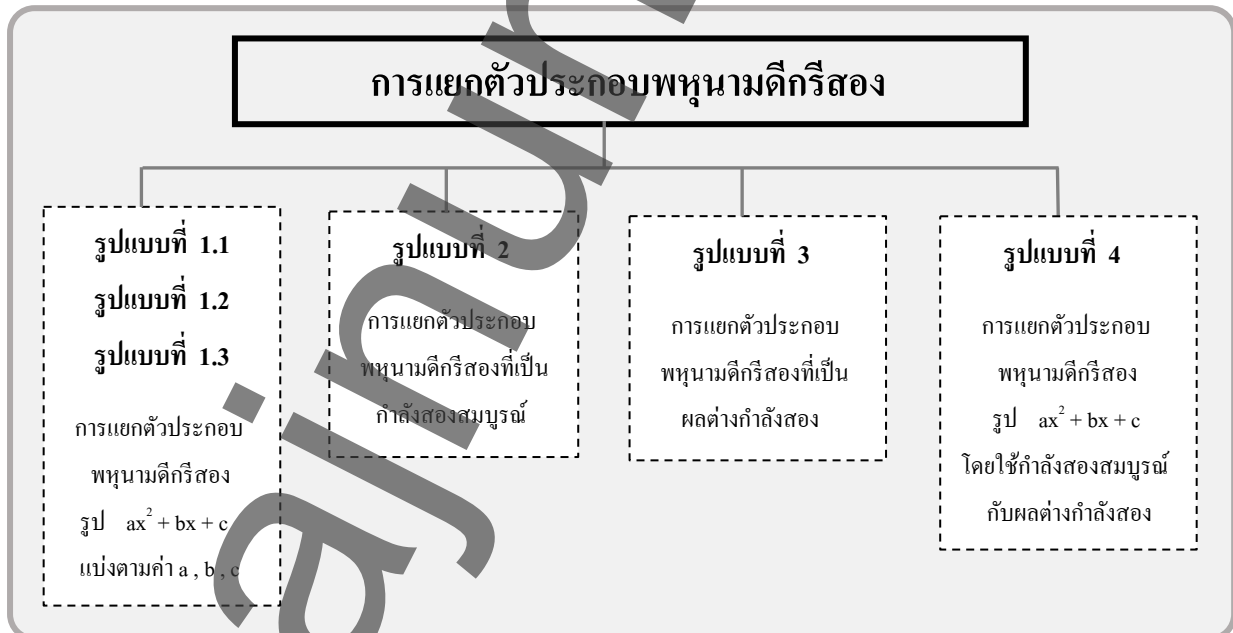
กรณีที่ 3 ถ้าพหุนามดีกรีสองที่โจทย์กำหนดให้ นั้น สามารถดึงตัวร่วมออกมาได้แล้วทำให้ สปส. หน้าตัวแปรที่ยกกำลังสอง (a) และ สปส. หน้าตัวแปรกำลังหนึ่ง (b) และค่าคงตัว (c) นั้นมีค่าเป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยลงแล้วให้ดึงตัวร่วมออกมา เพื่อที่จะทำการแยกตัวประกอบในกรณีนี้ทำได้ง่ายขึ้น เช่น

1) $2x^2 + 24x + 64$	→ _____
2) $30y^2 - 25y - 20$	→ _____
3) $0.4m^2 - 0.1m - 0.3$	→ _____
4) $20p^2 - 50p$	→ _____
5) $\frac{10q^2}{7} - \frac{2q}{7}$	→ _____

กรณีที่ 4 พหุนามดีกรีสองที่โจทย์กำหนดมาให้อาจมีกรณีที่ 1 หรือ 2 หรือ 3 ผสมอยู่ในรูปพหุนามที่โจทย์กำหนดมาให้ ก็จะต้องจัดรูปให้ตรงกับเงื่อนไข เช่น

1) $-20 - x^2 - 9x$	→	_____
	→	_____
2) $-130a - 120 + 140a^2$	→	_____
	→	_____
3) $9 + 21m - 18m^2$	→	_____
	→	_____
	→	_____
4) $0.7p - 0.3p^2$	→	_____
	→	_____
	→	_____

สำหรับวิธีการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง รูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนเต็ม และ $a \neq 0$ ที่เราจะทำการศึกษานี้ ประกอบไปด้วย 4 รูปแบบ ดังนี้



รูปแบบที่ 1.1 การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนเต็ม และ $c = 0$ ตัวอย่างพหุนามดีกรีสองรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนเต็ม และ $c = 0$

1) $3x^2 + 5x \rightarrow$ _____

2) $12m^2 - 5m \rightarrow$ _____

3) $y^2 - y \rightarrow$ _____

จากตัวอย่างข้างต้น อาจสรุปได้ว่า พหุนามในกรณีนี้จะมีเพียงแค่ 2 พจน์ ไม่ใช่ 3 พจน์ โดยขาดพจน์ของค่าคงตัว (ตัวเลข)

ในกรณี $c = 0$ การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียวนี้จะใช้การดึงตัวร่วมเข้ามาใช้ในการแยกตัวประกอบ ดังตัวอย่างที่กำหนดให้ต่อไปนี้

ตัวอย่าง การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนเต็ม และ $c = 0$

1) $x^2 + 5x =$ _____

2) $m^2 + m =$ _____

3) $p^2 - p =$ _____

4) $5g^2 + 2g =$ _____

5) $3e^2 - 9e =$ _____

6) $12n^2 - 20n =$ _____

อย่าลืม !!!

- 1) ในกรณีที่พหุนามดีกรีสองที่โจทย์กำหนดมาให้ไม่ได้เรียงดีกรี ควรทำการเรียงดีกรีของพหุนามเสียก่อนที่จะทำการดึงตัวร่วม

ตัวอย่าง จงแยกตัวประกอบของ $8x + 12x^2$

วิธีทำ $8x + 12x^2 =$ _____
 $=$ _____

ตัวอย่าง จงแยกตัวประกอบของ $-25m + 10m^2$

วิธีทำ $-25m + 10m^2 =$ _____
 $=$ _____

- 2) ในกรณีที่ สปส.หน้าตัวแปรกำลังสองเป็นลบ ควรทำการดึงเครื่องหมาย – ออกมาก่อน เพื่อให้ สปส.หน้าตัวแปรกำลังสองของพหุนามในวงเล็บหลังเครื่องหมายลบที่ดึงออกมานั้นมี สปส.หน้าตัวแปรเป็นบวก

ตัวอย่าง จงแยกตัวประกอบของ $-9x^2 + 27x$

วิธีทำ $-9x^2 + 27x =$ _____
 $=$ _____

ตัวอย่าง จงแยกตัวประกอบของ $-c^2 - 10c$

วิธีทำ $-c^2 - 10c =$ _____
 $=$ _____

ตัวอย่าง จงแยกตัวประกอบของ $36m - 8m^2$

วิธีทำ $36m - 8m^2 =$ _____
 $=$ _____
 $=$ _____



แบบฝึกหัดที่ 2.1

ตอนที่ 1 จงแยกตัวประกอบพหุนามที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1) $x^2 + x$	2) $a^2 - 2a$
3) $b^2 + 7b$	4) $p^2 - 21p$
5) $-v + v^2$	6) $39c + c^2$
7) $-72y + y^2$	8) $-54w + w^2$

SELF PRACTICE (แบบฝึกหัดตนเอง)

1) $x^2 - x$	2) $y^2 + 3y$
3) $z^2 - 11z$	4) $p^2 - 29p$
5) $v + v^2$	6) $81e + e^2$
7) $-96g + g^2$	8) $-124h + h^2$

ตอนที่ 2 **จงแยกตัวประกอบพหุนามที่กำหนดให้ต่อไปนี้**

1) $2a^2 - a$	2) $3y^2 + y$
3) $7k^2 - k$	4) $13w^2 + w$
5) $m + 29m^2$	6) $-n + 15n^2$
7) $-j + 9j^2$	8) $r + 110r^2$

SELF PRACTICE (แบบฝึกหัดตนเอง)

1) $3a^2 - a$	2) $2p^2 + p$
3) $5k^2 - k$	4) $17w^2 + w$
5) $x + 12x^2$	6) $-e + 18e^2$
7) $-v + 12v^2$	8) $r + 175r^2$

หน้า 39 - 50

มีในเอกสารตัวเต็ม

จากข้อสังเกตเกี่ยวกับการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองข้างต้น จะขอสรุปขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองทั้ง 2 กรณีนี้ ให้เป็นที่เข้าใจง่าย ๆ ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง จะอยู่ในรูปของสองวงเล็บคูณกัน

$$x^2 + \triangle x + \square =$$

$$x^2 - \triangle x + \square =$$

ขั้นตอนที่ 2 พิจารณาพจน์หน้าของพหุนามดีกรีสองซึ่งเกิดจากการคูณกันของพจน์หน้าของแต่ละวงเล็บ ซึ่งจะพบว่าเป็นตัวแปรที่เหมือนกัน

$$x^2 + \triangle x + \square = (\quad)(\quad)$$

$$x^2 - \triangle x + \square = (\quad)(\quad)$$

ขั้นตอนที่ 3 พิจารณาว่าเครื่องหมาย(ประจุ)ของพจน์หลังของทั้งสองวงเล็บว่าจะต้องเป็น + หรือ - โดยพิจารณาจากเครื่องหมาย(ประจุ)พจน์หลังและพจน์กลางของพหุนามดีกรีสองที่จะแยกตัวประกอบ ดังนี้

$$x^2 + \triangle x + \square = (x \quad)(x \quad)$$

$$x^2 - \triangle x + \square = (x \quad)(x \quad)$$

ขั้นตอนที่ 4 พิจารณาว่า เลขสองจำนวนที่จะอยู่หลังเครื่องหมาย + หรือ - ของแต่ละวงเล็บนั้นจะต้องเป็นเลขใด

$$x^2 + \triangle x + \square = (x + \textcircled{1})(x + \textcircled{2})$$

$$x^2 - \triangle x + \square = (x - \textcircled{1})(x - \textcircled{2})$$

พิจารณา $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ จาก ;

$$\textcircled{1} \times \textcircled{2} =$$

(คูณได้)

$$\text{และ } \textcircled{1} + \textcircled{2} =$$

(รวมได้)

ตัวอย่าง จงแยกตัวประกอบพหุนามที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1) $x^2 + 10x + 21 =$ _____

คูณได้ _____

รวมได้ _____

2) $y^2 - 8y + 15 =$ _____

คูณได้ _____

รวมได้ _____

3) $m^2 + 22m + 40 =$ _____

คูณได้ _____

รวมได้ _____

4) $p^2 - 11p + 24 =$ _____

คูณได้ _____

รวมได้ _____

หมายเหตุ

- ในกรณีพหุนามดีกรีสองไม่ได้เรียงดีกรีจากมากไปน้อย ให้ทำการเรียงดีกรีของพหุนามเสียก่อนแยกตัวประกอบ
เช่น

$$48 + 14x + x^2 \quad \text{เรียงใหม่ได้ว่า} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$-13y + y^2 + 42 \quad \text{เรียงใหม่ได้ว่า} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

- กรณีที่พหุนามดีกรีสองที่โจทย์กำหนดมาให้ นั้น พจน์หน้ามี สปส. หน้าตัวแปรที่ยกกำลังสอง ไม่ใช่ 1 ถ้าสามารถดึงตัวร่วมจากทั้ง 3 พจน์ แล้วทำให้ $a = 1$ และ b, c เป็นจำนวนเต็มได้ ให้ทำการดึงตัวร่วมเสียก่อน แล้วค่อยแยกตัวประกอบ เช่น

$$5x^2 + 35x + 60 \quad \text{ดึงตัวร่วมออกมาได้ว่า} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$4y^2 - 44y + 120 \quad \text{ดึงตัวร่วมออกมาได้ว่า} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$-m^2 + 15m - 56 \quad \text{ดึงตัวร่วมออกมาได้ว่า} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$-3p^2 - 27p - 60 \quad \text{ดึงตัวร่วมออกมาได้ว่า} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

ตัวอย่าง

จงแยกตัวประกอบพหุนามที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1) $45 + 14n + n^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ $= \underline{\hspace{2cm}}$ คูณได้ _____ รวมได้ _____	2) $-16r + r^2 + 48 = \underline{\hspace{2cm}}$ $= \underline{\hspace{2cm}}$ คูณได้ _____ รวมได้ _____
3) $-h^2 + 12h - 27 = \underline{\hspace{2cm}}$ $= \underline{\hspace{2cm}}$ คูณได้ _____ รวมได้ _____	4) $5k^2 - 35k + 60 = \underline{\hspace{2cm}}$ $= \underline{\hspace{2cm}}$ คูณได้ _____ รวมได้ _____
5) $4a^2 + 20a + 24 = \underline{\hspace{2cm}}$ $= \underline{\hspace{2cm}}$ คูณได้ _____ รวมได้ _____	6) $130z - 360 - 10z^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ $= \underline{\hspace{2cm}}$ คูณได้ _____ รวมได้ _____

แบบฝึกหัดที่ 2.2

ตอนที่ 1 จงแยกตัวประกอบพหุนามที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1) $x^2 + 3x + 2$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	2) $x^2 - 4x + 3$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	3) $x^2 + 5x + 4$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	4) $x^2 - 11x + 10$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____
5) $x^2 - 13x + 12$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	6) $x^2 + 21x + 20$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	7) $x^2 - 2x + 1$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	8) $x^2 + 16x + 15$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____
9) $2x^2 + 52x + 50$ = _____ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	10) $3x^2 + 69x + 66$ = _____ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	11) $4x^2 - 100x + 96$ = _____ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	12) $5x^2 - 40x + 35$ = _____ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____

SELF PRACTICE (แบบฝึกหัดตนเอง)

1) $x^2 + 6x + 5$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	2) $x^2 + 9x + 8$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	3) $x^2 + 19x + 18$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	4) $x^2 - 28x + 27$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____
5) $x^2 + 30x + 29$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	6) $x^2 - 7x + 6$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	7) $x^2 - 10x + 9$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	8) $x^2 + 46x + 45$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____
9) $2x^2 - 146x + 144$ = _____ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	10) $5x^2 + 220x + 215$ = _____ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	11) $10x^2 - 250x + 240$ = _____ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	12) $30x^2 - 240x + 210$ = _____ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____

ตอนที่ 2

จงแยกตัวประกอบพหุนามที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1) $x^2 + 5x + 6$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	2) $x^2 + 9x + 14$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	3) $x^2 - 8x + 15$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	4) $x^2 + 12x + 35$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____
5) $x^2 - 17x + 66$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	6) $x^2 - 4x + 4$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	7) $x^2 + 12x + 27$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	8) $x^2 + 14x + 33$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____
9) $x^2 - 20x + 96$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	10) $x^2 - 18x + 80$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	11) $x^2 - 6x + 9$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	12) $x^2 + 19x + 88$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____
13) $x^2 - 22x + 120$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	14) $x^2 - 22x + 121$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	15) $x^2 + 17x + 70$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	16) $x^2 + 21x + 110$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____
17) $11x^2 + 220x + 1100$ = _____ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	18) $5x^2 - 60x + 175$ = _____ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	19) $10x^2 + 180x + 810$ = _____ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	20) $3x^2 - 45x + 150$ = _____ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____

SELF PRACTICE (แบบฝึกหัดตนเอง)

1) $x^2 + 7x + 10$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	2) $x^2 - 6x + 8$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	3) $x^2 + 14x + 45$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	4) $x^2 + 15x + 56$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____
5) $x^2 + 10x + 21$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	6) $x^2 - 19x + 90$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	7) $x^2 + 10x + 25$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____	8) $x^2 - 13x + 42$ = _____ คูณได้ _____ รวมได้ _____

หน้า 57 - 81

มีในเอกสารตัวเต็ม

ต่อจากการแยกตัวประกอบของพหุนามรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a = 1$, b และ c เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ใช่ศูนย์ที่เราได้ศึกษาไปแล้ว 2 กรณี จาก 4 กรณี คือ

กรณีที่ 1 c เป็นบวก , b เป็นบวก

กรณีที่ 2 c เป็นบวก , b เป็นลบ

ลำดับต่อไปเราจะมาทำการศึกษาอีก 2 กรณีที่เหลือ คือ

กรณีที่ 3

c เป็นลบ , b เป็นบวก

พิจารณาการคูณพหุนามกับพหุนามต่อไปนี้

$$(x + 8)(x - 5) =$$

$$\therefore (x + 8)(x - 5) =$$

เขียนสลับได้ว่า ;

กรณีที่ 3 c เป็นลบ , b เป็นบวก
จะได้อุปแบบการแยกตัวประกอบ
พหุนามดีกรีสองนี้ว่า ;

$$x^2 + \triangle x - \square = (x + \text{มาก})(x - \text{น้อย})$$

กรณีที่ 4

c เป็นลบ , b เป็นลบ

พิจารณาการคูณพหุนามกับพหุนามต่อไปนี้

$$(x + 5)(x - 8) =$$

$$\therefore (x + 5)(x - 8) =$$

เขียนสลับได้ว่า ;

กรณีที่ 4 c เป็นลบ , b เป็นลบ
จะได้อุปแบบการแยกตัวประกอบ
พหุนามดีกรีสองนี้ว่า ;

$$x^2 - \triangle x - \square = (x + \text{น้อย})(x - \text{มาก})$$

ข้อสังเกต

จะพบว่า ;

x^2 (พจน์หน้าของพหุนามดีกรีสอง) ตรงกับ _____

\square (จำนวนหลังเครื่องหมาย - ของพจน์หลังของพหุนามดีกรีสอง)

มีค่าตรงกับ _____

\triangle (จำนวนหลังเครื่องหมาย + หรือ - ของพจน์กลางของพหุนามดีกรีสอง)

มีค่าตรงกับ _____

เมื่อเครื่องหมายหน้า \square เป็น - แล้ว ;

เครื่องหมายหน้า \triangle เป็น + จะได้ _____

เครื่องหมายหน้า \triangle เป็น - จะได้ _____

จากข้อสังเกตเกี่ยวกับการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองข้างต้น จะขอสรุปขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองทั้ง 2 กรณีนี้ ให้เป็นที่เข้าใจง่าย ๆ ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง จะอยู่ในรูปของสองวงเล็บคูณกัน

$$x^2 - \Delta x - \square =$$

$$x^2 + \Delta x - \square =$$

ขั้นตอนที่ 2 พิจารณาพจน์หน้าของพหุนามดีกรีสองซึ่งเกิดจากการคูณกันของพจน์หน้าของแต่ละวงเล็บ ซึ่งจะพบว่าเป็นตัวแปรที่เหมือนกัน

$$x^2 + \Delta x - \square = (\quad)(\quad)$$

$$x^2 - \Delta x - \square = (\quad)(\quad)$$

ขั้นตอนที่ 3 พิจารณาเครื่องหมาย(ประจุ)พจน์หลังของพหุนามดีกรีสองซึ่งมีที่มาจากพจน์หลังของแต่ละวงเล็บคูณกัน ทำให้ได้ว่า :

$$x^2 + \Delta x - \square = (x \quad)(x \quad)$$

$$x^2 - \Delta x - \square = (x \quad)(x \quad)$$

ขั้นตอนที่ 4 พิจารณาว่า เลขสองจำนวนที่จะอยู่หลังเครื่องหมาย + และ - ของแต่ละวงเล็บนั้นจะต้องเป็นเลขใด

จากรูปพหุนามที่จะแยกตัวประกอบ $x^2 + \Delta x - \square$, $x^2 - \Delta x - \square$

พิจารณาเลขสองจำนวน (มาก) กับ (น้อย) ที่จะอยู่หลังเครื่องหมาย + และ - ตามนี้

$$\begin{array}{l} \text{มาก} \times \text{น้อย} = \\ \text{(คูณได้)} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{มาก} - \text{น้อย} = \\ \text{(ต่างกัน)} \end{array}$$

ตัวอย่าง จงแยกตัวประกอบพหุนามที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1) $x^2 + 5x - 14 =$ _____

คูณได้ _____

ต่างกัน _____

2) $y^2 - 4y - 21 =$ _____

คูณได้ _____

ต่างกัน _____

3) $m^2 + 6m - 72 =$ _____

คูณได้ _____

ต่างกัน _____

4) $p^2 - 8p - 48 =$ _____

คูณได้ _____

ต่างกัน _____

ถ้าพจน์กลางมีสปส. เป็น _____ จะได้ว่า ;

$$x^2 + \Delta x - \square = (x + \text{○})(x - \text{○})$$

ถ้าพจน์กลางมีสปส. เป็น _____ จะได้ว่า ;

$$x^2 - \Delta x - \square = (x + \text{○})(x - \text{○})$$

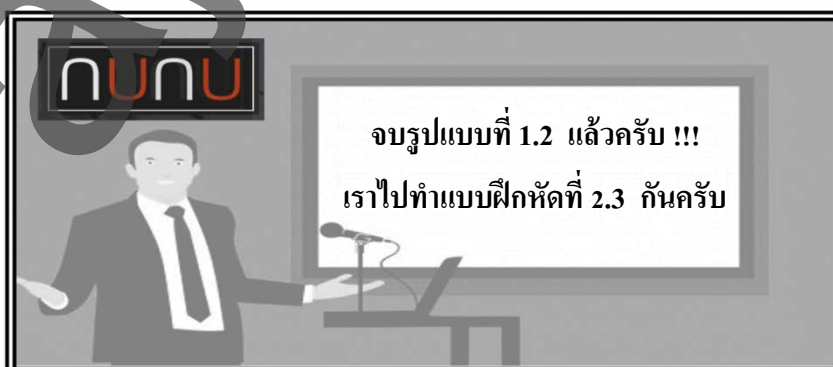
หมายเหตุ

- ในกรณีพหุนามดีกรีสองไม่ได้เรียงดีกรีจากมากไปน้อย ให้ทำการเรียงดีกรีของพหุนามเสียก่อนแยกตัวประกอบ
 เช่น $-60 + 4x + x^2$ เรียงใหม่ได้ว่า _____
 $5y + y^2 - 14$ เรียงใหม่ได้ว่า _____
- กรณีที่พหุนามดีกรีสองที่โจทย์กำหนดมาให้ นั้น พจน์หน้ามี สปส. หน้าตัวแปรที่ยกกำลังสอง ไม่ใช่ 1 ถ้าสามารถดึงตัวร่วมจากทั้ง 3 พจน์ แล้วทำให้ a = 1 และ b, c เป็นจำนวนเต็มได้ ให้ทำการดึงตัวร่วมเสียก่อน แล้วค่อยแยกตัวประกอบ เช่น
 $10x^2 + 30x - 280$ ดึงตัวร่วมออกมาได้ว่า _____
 $5y^2 - 5y - 210$ ดึงตัวร่วมออกมาได้ว่า _____
 $-m^2 + 6m + 27$ ดึงตัวร่วมออกมาได้ว่า _____
 $-2p^2 - 8p + 90$ ดึงตัวร่วมออกมาได้ว่า _____

ตัวอย่าง

จงแยกตัวประกอบพหุนามที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1) $-50 + 5n + n^2 =$ _____ = _____ คุณได้ _____ ต่างกัน _____	2) $-6r + r^2 - 27 =$ _____ = _____ คุณได้ _____ ต่างกัน _____
3) $-k^2 - 4k + 77 =$ _____ = _____ คุณได้ _____ ต่างกัน _____	4) $4h^2 - 32h - 80 =$ _____ = _____ คุณได้ _____ ต่างกัน _____
5) $-10a^2 - 40a + 450 =$ _____ = _____ คุณได้ _____ ต่างกัน _____	6) $6z + 72 - 6z^2 =$ _____ = _____ คุณได้ _____ ต่างกัน _____



แบบฝึกหัดที่ 2.3

ตอนที่ 1 *จงแยกตัวประกอบพหุนามที่กำหนดให้ต่อไปนี้*

1) $x^2 + x - 2$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____	2) $x^2 + 2x - 3$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____	3) $x^2 - 11x - 12$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____	4) $x^2 + 9x - 10$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____
5) $x^2 - 14x - 15$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____	6) $x^2 - 19x - 20$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____	7) $x^2 + 0x - 1$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____	8) $x^2 + 28x - 29$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____
9) $5x^2 + 120x - 125$ = _____ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____	10) $10x^2 - 440x - 450$ = _____ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____		

SELF PRACTICE (แบบฝึกหัดตนเอง)

1) $x^2 - 5x - 6$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____	2) $x^2 + 6x - 7$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____	3) $x^2 + 17x - 18$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____	4) $x^2 - 26x - 27$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____
5) $x^2 + 0x - 4$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____	6) $x^2 - 23x - 24$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____	7) $x^2 - 8x - 9$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____	8) $x^2 + 18x - 19$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____
9) $2x^2 + 84x - 86$ = _____ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____	10) $100x^2 - 7100x - 7200$ = _____ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____		

ตอนที่ 2

จงแยกตัวประกอบพหุนามที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1) $x^2 + x - 6$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____	2) $x^2 - 3x - 28$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____	3) $x^2 + 6x - 27$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____	4) $x^2 + 0x - 4$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____
5) $x^2 + 4x - 45$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____	6) $x^2 - 0x - 9$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____	7) $x^2 + 8x - 33$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____	8) $x^2 + 3x - 108$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____
9) $x^2 - 4x - 32$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____	10) $x^2 - 3x - 54$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____	11) $x^2 + 0x - 100$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____	12) $x^2 - x - 90$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____
13) $x^2 - 2x - 80$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____	14) $x^2 + 6x - 55$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____	15) $x^2 + 3x - 70$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____	16) $x^2 - 0x - 144$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____
17) $2x^2 + 4x - 70$ = _____ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____	18) $10x^2 + 10x - 1100$ = _____ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____	19) $5x^2 - 10x - 40$ = _____ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____	20) $3x^2 - 0x - 363$ = _____ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____

SELF PRACTICE (แบบฝึกหัดตนเอง)

1) $x^2 + 3x - 10$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____	2) $x^2 - 2x - 99$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____	3) $x^2 + 5x - 14$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____	4) $x^2 + 0x - 81$ = _____ คูณได้ _____ ต่างกัน _____
--	--	--	--

หน้า 87 - 118

มีในเอกสารตัวเต็ม

รูปแบบที่ 1.3

การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง รูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ a เป็นจำนวนเต็มบวกที่ไม่ใช่ 1 b และ c เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ใช่ศูนย์

แบ่งออกเป็น 4 กรณี

กรณีที่ 1 c เป็นบวก, b เป็นบวก เช่น	กรณีที่ 2 c เป็นบวก, b เป็นลบ เช่น	กรณีที่ 3 c เป็นลบ, b เป็นบวก เช่น	กรณีที่ 4 c เป็นลบ, b เป็นลบ เช่น
--	---	---	--

หมายเหตุ : ในการศึกษาการแยกตัวประกอบรูปแบบที่ 1.3 นี้ จะขอแบ่งการศึกษาดังออกเป็น 2 ช่วง คือ ช่วงที่ 1 จะเป็นการศึกษาการแยกตัวประกอบ กรณีที่ 1 และ 2 ช่วงที่ 2 จะเป็นการศึกษาการแยกตัวประกอบ กรณีที่ 3 และ 4

กรณีที่ 1	c เป็นบวก , b เป็นบวก	กรณีที่ 2	c เป็นบวก , b เป็นลบ
<p>พิจารณาการคูณพหุนามกับพหุนามต่อไปนี้</p> $(2x + 5)(x + 3) =$ $\therefore (2x + 5)(x + 3) =$ <p>เขียนกลับได้ว่า;</p> <div style="border: 1px dashed black; height: 30px; width: 100%;"></div>		<p>พิจารณาการคูณพหุนามกับพหุนามต่อไปนี้</p> $(5x - 3)(3x - 2) =$ $\therefore (5x - 3)(3x - 2) =$ <p>เขียนกลับได้ว่า;</p> <div style="border: 1px dashed black; height: 30px; width: 100%;"></div>	
<p>กรณีที่ 1 c เป็นบวก, b เป็นบวก จะได้รูปแบบการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองนี้ว่า;</p>	<p>เรียกว่า</p>	<p>กรณีที่ 2 c เป็นบวก, b เป็นลบ จะได้รูปแบบการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองนี้ว่า;</p>	
$ax^2 + \triangle x + \square = (px + \textcircled{1})(qx + \textcircled{2})$		$ax^2 - \triangle x + \square = (px - \textcircled{1})(qx - \textcircled{2})$	
<p>ข้อสังเกต</p>			
<p>ax^2 (พจน์หน้าของพหุนามดีกรีสอง) ตรงกับ _____</p> <p>\square (จำนวนหลังเครื่องหมาย + ของพจน์หลังของพหุนามดีกรีสอง) มีค่าตรงกับ _____</p> <p>\triangle (จำนวนหลังเครื่องหมาย + หรือ - ของพจน์กลางของพหุนามดีกรีสอง) มีค่าตรงกับ _____</p>			
<p>เมื่อเครื่องหมายหน้า \square เป็น + แล้ว { เครื่องหมายหน้า \triangle เป็น + จะได้ _____ เครื่องหมายหน้า \triangle เป็น - จะได้ _____</p>			

จากข้อสังเกตเกี่ยวกับการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองข้างต้น จะขอสรุปขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองทั้ง 2 กรณีนี้ ให้เป็นที่เข้าใจง่าย ๆ ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 ถ้าดึงตัวร่วมของพหุนามดีกรีสองที่จะแยกตัวประกอบได้ ให้ดึงตัวร่วมก่อนเสมอ

ขั้นตอนที่ 2 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองจะอยู่ในรูปของสองวงเล็บคูณกัน

$$ax^2 + \Delta x + \square =$$

$$ax^2 - \Delta x + \square =$$

ขั้นตอนที่ 3 จากรูปพหุนามดีกรีสองที่จะแยกตัวประกอบ

$$ax^2 + \Delta x + \square, \quad ax^2 - \Delta x + \square$$

ให้พิจารณาว่า ;

- ax^2 มีโอกาสที่จะเกิดจากการคูณกันของคู่ของเอกนามใดได้บ้างซึ่งแต่ละเอกนามนั้นจะมีชุดของตัวแปรที่เหมือนกัน คือ x
- \square นั้น มีโอกาสที่จะเกิดจากการคูณกันของคู่ของจำนวนใดได้บ้าง

$$ax^2 \pm \Delta x + \square = (\quad)(\quad)$$

ขั้นตอนที่ 4 สุ่มนำความเป็นไปได้ของคู่ของเอกนามและคู่ของจำนวนจากขั้นตอนที่ 3 มาจับคู่กันตามนี้

$$ax^2 \pm \Delta x + \square = (\quad)(\quad)$$

จากนั้นนำเอกนามคูณกับจำนวนที่อยู่ต่างวงเล็บกัน (ใกล้ X ใกล้ , ใกล้ X ใกล้) ตามรูปแบบต่อไปนี้

$$ax^2 \pm \Delta x + \square = (px \quad ①)(qx \quad ②)$$

- ถ้าผลรวม สปส. ใกล้ x ใกล้ กับ ใกล้ x ใกล้ เท่ากับ _____ แสดงว่า ; \blacksquare
- ถ้าผลรวม สปส. ใกล้ x ใกล้ กับ ใกล้ x ใกล้ ไม่เท่ากับ _____ แสดงว่า ; _____

ขั้นตอนที่ 5 เมื่อจับคู่ได้ถูกต้องแล้วพิจารณาเครื่องหมายระหว่างพจน์หน้าและหลังตามหลักการต่อไปนี้

$$ax^2 + \Delta x + \square = (px \quad ①)(qx \quad ②)$$

$$ax^2 - \Delta x + \square = (px \quad ①)(qx \quad ②)$$

หมายเหตุ ถ้าพยายามลองทำทุกๆ กรณีแล้วแต่ไม่ได้ นั่น เราจะต้องใช้วิธีการแยกตัวประกอบด้วยวิธีอื่น ซึ่งจะทำให้การศึกษาในหัวข้อต่อไป

ตัวอย่าง จงแยกตัวประกอบพหุนามที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1) $2x^2 + 7x + 3 =$ _____	2) $5x^2 - 12x + 7 =$ _____
3) $3x^2 + 14x + 8 =$ _____	

ข้อสังเกต

ในการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองรูป $ax^2 + \Delta x + \square$, $ax^2 - \Delta x + \square$ จากขั้นตอนการนำ
ความเป็นไปได้ของกลุ่มของเอกนามและคู่ของจำนวนที่นำมาจับคู่กันในรูปของ $(px \text{ ①})(qx \text{ ②})$

ถ้าหากผลคูณของเอกนามกับจำนวนที่อยู่ต่างวงเล็บกัน (ใกล้ X ใกล้ หรือ ไกล X ไกล) นั้น

$$(px \text{ ①})(qx \text{ ②}) \quad , \quad (px \text{ ①})(qx \text{ ②})$$

ถ้าสปส.ของ ใกล้ X ใกล้ หรือ ไกล X ไกล ค่าใดค่าหนึ่งนั้นเกิดมีสปส.ที่มากกว่า Δ แล้วนั้น แสดงว่า
การจับคู่เพื่อแยกตัวประกอบนั้นไม่ถูกต้อง ไม่จำเป็นที่จะต้องหาผลรวมของสปส. ใกล้ X ใกล้ หรือ ไกล X ไกล
แล้วนำไป check ว่าตรงกับ Δ หรือไม่ เพื่อที่เราจะได้ประหยัดเวลาแล้วไปหาคู่ของเอกนามและคู่ของจำนวน
อื่น ๆ ที่จะทำให้การแยกตัวประกอบนั้นถูกต้อง เช่น

$$15x^2 - 32x + 16 = \underline{\hspace{2cm}}$$

แบบฝึกหัดที่ 2.5

ตอนที่ 1 **จงแยกตัวประกอบพหุนามที่กำหนดให้ต่อไปนี้**

1) $2x^2 + 3x + 1 =$ _____

สปส. (ใกล้ x ใกล้) รวมกับ สปส. (ไกล x ไกล) = _____

2) $2z^2 - 7z + 3 =$ _____

สปส. (ใกล้ x ใกล้) รวมกับ สปส. (ไกล x ไกล) = _____

3) $3a^2 - 4a + 1 =$ _____

สปส. (ใกล้ x ใกล้) รวมกับ สปส. (ไกล x ไกล) = _____

4) $3c^2 - 40c + 13 =$ _____

สปส. (ใกล้ x ใกล้) รวมกับ สปส. (ไกล x ไกล) = _____

5) $5n^2 + 16n + 3 =$ _____

สปส. (ใกล้ x ใกล้) รวมกับ สปส. (ไกล x ไกล) = _____

6) $7q^2 - 8q + 1 =$ _____

สปส. (ใกล้ x ใกล้) รวมกับ สปส. (ไกล x ไกล) = _____

7) $11r^2 + 23r + 2 =$ _____

สปส. (ใกล้ x ใกล้) รวมกับ สปส. (ไกล x ไกล) = _____

8) $13k^2 - 14k + 1 =$ _____

สปส. (ไค้ x ไค้) รวมกับ สปส. (ไคล x ไคล) = _____

9) $17d^2 + 86d + 5 =$ _____

สปส. (ไค้ x ไค้) รวมกับ สปส. (ไคล x ไคล) = _____

10) $23t^2 - 162t + 7 =$ _____

สปส. (ไค้ x ไค้) รวมกับ สปส. (ไคล x ไคล) = _____

11) $70u^2 - 780u + 110 =$ _____ = _____

สปส. (ไค้ x ไค้) รวมกับ สปส. (ไคล x ไคล) = _____

12) $55g^2 + 60g + 5 =$ _____ = _____

สปส. (ไค้ x ไค้) รวมกับ สปส. (ไคล x ไคล) = _____

หน้า 125 - 147

มีในเอกสารตัวเต็ม

ต่อจากการแยกตัวประกอบของพหุนามรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ a เป็นจำนวนเต็มบวกที่ไม่ใช่ 1, b และ c เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ใช่ศูนย์ที่เราได้ศึกษาไปแล้ว 2 กรณี จาก 4 กรณี คือ

- กรณีที่ 1 c เป็นบวก , b เป็นบวก
- กรณีที่ 2 c เป็นบวก , b เป็นลบ

ลำดับต่อไปเราจะมาทำการศึกษาอีก 2 กรณีที่เหลือ คือ

<div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; width: 20px; height: 20px; display: inline-block; margin: 0 auto;"></div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 5px; display: inline-block; margin-left: 5px;"> กรณีที่ 3 c เป็นลบ , b เป็นบวก </div>	<div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; width: 20px; height: 20px; display: inline-block; margin: 0 auto;"></div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 5px; display: inline-block; margin-left: 5px;"> กรณีที่ 4 c เป็นลบ , b เป็นลบ </div>	
<p>พิจารณาการคูณพหุนามกับพหุนามต่อไปนี้</p> <p>$(2x + 9)(x - 3) =$</p> <p>$\therefore (2x + 9)(x - 3) =$</p> <p>เขียนสลับได้ว่า ;</p> <div style="border: 1px dashed black; height: 20px; width: 100%;"></div>	<p>พิจารณาการคูณพหุนามกับพหุนามต่อไปนี้</p> <p>$(5x + 4)(3x - 8) =$</p> <p>$\therefore (5x + 4)(3x - 8) =$</p> <p>เขียนสลับได้ว่า ;</p> <div style="border: 1px dashed black; height: 20px; width: 100%;"></div>	
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> กรณีที่ 3 c เป็นลบ, b เป็นบวก จะได้รูปแบบการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองนี้ว่า ; </div>	<p>เรียกว่า</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> กรณีที่ 4 c เป็นลบ, b เป็นลบ จะได้รูปแบบการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองนี้ว่า ; </div>
<div style="border: 1px solid gray; border-radius: 15px; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> $ax^2 + \triangle x - \square = (px + \textcircled{1})(qx - \textcircled{2})$ </div>	<div style="border: 1px solid gray; border-radius: 15px; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> $ax^2 - \triangle x - \square = (px + \textcircled{1})(qx - \textcircled{2})$ </div>	
<div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> ข้อสังเกต </div>		
<p>ax^2 (พจน์หน้าของพหุนามดีกรีสอง) ตรงกับ _____</p> <p>\square (จำนวนหลังเครื่องหมาย - ของพจน์หลังของพหุนามดีกรีสอง) มีค่าตรงกับ _____</p> <p>\triangle (จำนวนหลังเครื่องหมาย + หรือ - ของพจน์กลางของพหุนามดีกรีสอง) มีค่าตรงกับ _____</p> <p>เมื่อเครื่องหมายหน้า \square เป็น - แล้ว _____</p>		

จากข้อสังเกตเกี่ยวกับการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองข้างต้น จะขอสรุปขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองทั้ง 2 กรณีนี้ ให้เป็นที่เข้าใจง่าย ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 ถ้าดึงตัวร่วมของพหุนามดีกรีสองที่จะแยก

ตัวประกอบได้ ให้ดึงตัวร่วมก่อนเสมอ

ขั้นตอนที่ 2 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง

จะอยู่ในรูปของสองวงเล็บคูณกัน

$$ax^2 + \Delta x - \square =$$

$$ax^2 - \Delta x - \square =$$

ขั้นตอนที่ 3 จากรูปพหุนามดีกรีสองที่จะแยกตัวประกอบ

$$ax^2 + \Delta x - \square, \quad ax^2 - \Delta x - \square$$

ให้พิจารณาว่า ;

- ax^2 มีโอกาสที่จะเกิดจากการคูณกันของกลุ่มของเอกนามใดได้บ้างซึ่งแต่ละเอกนามนั้นจะมีชุดของตัวแปรที่เหมือนกัน คือ x
- \square นั้น มีโอกาสที่จะเกิดจากการคูณกันของกลุ่มของจำนวนใดได้บ้าง

$$ax^2 \pm \Delta x - \square = (\quad) (\quad)$$

ขั้นตอนที่ 4 สุ่มนำความเป็นไปได้ของกลุ่มของเอกนามและกลุ่มของจำนวนจากขั้นตอนที่ 3 มาจับคู่กันตามนี้

$$ax^2 \pm \Delta x - \square = (\quad) (\quad)$$

จากนั้นคูณเอกนามกับจำนวนที่อยู่ต่างวงเล็บกัน (ใกล้ x ใกล้ , ใกล้ x ใกล้) ตามรูปแบบต่อไปนี้

$$ax^2 \pm \Delta x - \square = (px \quad ①)(qx \quad ②)$$

- ถ้าผลต่าง สปส. ใกล้ x ใกล้ กับ ใกล้ x ใกล้ เท่ากับ _____ แสดงว่า ; _____
- ถ้าผลต่าง สปส. ใกล้ x ใกล้ กับ ใกล้ x ใกล้ ไม่เท่ากับ _____ แสดงว่า ; _____

ขั้นตอนที่ 5 เมื่อจับคู่ได้ถูกต้องแล้วพิจารณาเครื่องหมายระหว่างพจน์หน้าและหลังของวงเล็บตามหลักการต่อไปนี้

ถ้าสปส. ใกล้ x ใกล้ มากกว่า ใกล้ x ใกล้ แล้ว

$$ax^2 + \Delta x - \square = (px \quad ①)(qx \quad ②)$$

ถ้าสปส. ใกล้ x ใกล้ มากกว่า ใกล้ x ใกล้ แล้ว

$$ax^2 + \Delta x - \square = (px \quad ①)(qx \quad ②)$$

ถ้าสปส. ใกล้ x ใกล้ มากกว่า ใกล้ x ใกล้ แล้ว

$$ax^2 - \Delta x - \square = (px \quad ①)(qx \quad ②)$$

ถ้าสปส. ใกล้ x ใกล้ มากกว่า ใกล้ x ใกล้ แล้ว

$$ax^2 - \Delta x - \square = (px \quad ①)(qx \quad ②)$$

หมายเหตุ

ถ้าพยายามลองทำทุกๆ กรณีแล้วแต่ไม่ได้ นั่น เราจะต้องใช้วิธีการแยกตัวประกอบด้วยวิธีอื่นซึ่งจะทำการศึกษาในหัวข้อต่อไป

ตัวอย่าง จงแยกตัวประกอบพหุนามที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1) $2x^2 + 9x - 5 =$ _____

2) $5x^2 - 4x - 12 =$ _____

3) $6x^2 - 13x - 5 =$ _____

ข้อสังเกต

ในการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง รูป $ax^2 + \Delta x - \square$, $ax^2 - \Delta x - \square$ จากขั้นตอนการนำ
ความเป็นไปได้ของคู่ของเอกนามและคู่ของจำนวนที่นำมาจับคู่กันในรูปของ $(px \text{ ①})(qx \text{ ②})$

ถ้าหากผลคูณของเอกนามกับจำนวนที่อยู่ต่างวงเล็บกัน (ใกล้ X ใกล้ หรือ ไกล X ไกล) นั้น

$$(px \text{ ①})(qx \text{ ②}) \quad , \quad (px \text{ ①})(qx \text{ ②})$$

ถ้าสปส. ของ ใกล้ X ใกล้ หรือ ไกล X ไกล ที่มีค่ามากที่สุดนั้นน้อยกว่า Δ แล้วนั้น แสดงว่า การจับคู่เพื่อ
แยกตัวประกอบนั้นไม่ถูกต้อง ไม่จำเป็นที่จะต้องหาผลต่างของสปส. ของ ใกล้ X ใกล้ หรือ ไกล X ไกล แล้วนำไป
check ว่าตรงกับ Δ หรือไม่ เพื่อที่เราจะได้ประหยัดเวลาแล้วไปหาคู่ของเอกนามและคู่ของจำนวนอื่นๆ ที่จะทำให้
การแยกตัวประกอบนั้นถูกต้อง เช่น

$$15x^2 - 34x - 16 =$$

แบบฝึกหัดที่ 2.6

ตอนที่ 1 จงแยกตัวประกอบพหุนามที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1) $2x^2 + x - 1 =$ _____

สปส. (ใกล้ x ใกล้) ต่างกับ สปส. (ไกล x ไกล) = _____

2) $2z^2 - 13z - 7 =$ _____

สปส. (ใกล้ x ใกล้) ต่างกับ สปส. (ไกล x ไกล) = _____

3) $3c^2 - 32c - 11 =$ _____

สปส. (ใกล้ x ใกล้) ต่างกับ สปส. (ไกล x ไกล) = _____

4) $3d^2 - 10d - 13 =$ _____

สปส. (ใกล้ x ใกล้) ต่างกับ สปส. (ไกล x ไกล) = _____

5) $5n^2 + 2n - 3 =$ _____

สปส. (ใกล้ x ใกล้) ต่างกับ สปส. (ไกล x ไกล) = _____

6) $5q^2 - 64q - 13 =$ _____

สปส. (ใกล้ x ใกล้) ต่างกับ สปส. (ไกล x ไกล) = _____

7) $11r^2 - 120r - 11 =$ _____

สปส. (ใกล้ x ใกล้) ต่างกับ สปส. (ไกล x ไกล) = _____

8) $13a^2 + 12a - 1 =$ _____

สปส. (ใกล้ x ใกล้) ต่างกับ สปส. (ไกล x ไกล) = _____

9) $17b^2 - 12b - 5 =$ _____

สปส. (ใกล้ x ใกล้) ต่างกับ สปส. (ไกล x ไกล) = _____

10) $23p^2 + 21p - 2 =$ _____

สปส. (ใกล้ x ใกล้) ต่างกับ สปส. (ไกล x ไกล) = _____

11) $35v^2 + 240v - 35 =$ _____ = _____

สปส. (ใกล้ x ใกล้) ต่างกับ สปส. (ไกล x ไกล) = _____

12) $121h^2 - 110h - 11 =$ _____ = _____

สปส. (ใกล้ x ใกล้) ต่างกับ สปส. (ไกล x ไกล) = _____

หน้า 154 - 194

มีในเอกสารตัวเต็ม

รูปแบบที่ 2

การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง $ax^2 + bx + c$ ที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ เมื่อ $a > 0$

ก่อนที่จะเราจะทำการศึกษาการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์นั้น เราควรมาทำความเข้าใจเสียก่อนว่า พหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์คืออะไร

พิจารณาการคูณพหุนามกับพหุนามที่กำหนดให้ต่อไปนี้

$$1) \quad (x + 3)^2 =$$

=

=

=

$$2) \quad (5x - 6)^2 =$$

=

=

=

จากตัวอย่างการคูณพหุนามข้างต้นจะได้ว่า ;

$$(\text{หน้า} + \text{หลัง})^2 = (\text{หน้า})^2 + 2(\text{หน้า})(\text{หลัง}) + (\text{หลัง})^2$$

$$(\text{หน้า} - \text{หลัง})^2 = (\text{หน้า})^2 - 2(\text{หน้า})(\text{หลัง}) + (\text{หลัง})^2$$

เรียก พหุนามดีกรีสองที่เกิดจากพหุนามดีกรีหนึ่งยกกำลังสอง ว่า

เขียนสลับกันจะได้ว่า ;

$$(\text{หน้า})^2 + 2(\text{หน้า})(\text{หลัง}) + (\text{หลัง})^2 = (\text{หน้า} + \text{หลัง})^2$$

$$(\text{หน้า})^2 - 2(\text{หน้า})(\text{หลัง}) + (\text{หลัง})^2 = (\text{หน้า} - \text{หลัง})^2$$

เรียกว่า

พิจารณาการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1) $x^2 + 18x + 81$	=	<hr/>
	=	<hr/>
2) $x^2 - 8x + 16$	=	<hr/>
	=	<hr/>
3) $9x^2 + 12x + 4$	=	<hr/>
	=	<hr/>
4) $36x^2 - 60x + 25$	=	<hr/>
	=	<hr/>

จากตัวอย่างของการแยกตัวประกอบข้างต้นจะสังเกตเห็นว่าค่อนข้างยุ่งยาก อีกทั้งพหุนามดีกรีสองที่โจทย์กำหนดมาให้ นั่นก็อาจจะไม่ใช่กำลังสองสมบูรณ์ ซึ่งก็ไม่สามารถใช้วิธีการแยกตัวประกอบแบบนี้ได้ ดังนั้น จึงขอสรุปขั้นตอนการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 ต้อง Check ว่าพหุนามดีกรีสองที่โจทย์กำหนดให้ นั้นมีโอกาสที่จะเป็นกำลังสองสมบูรณ์หรือไม่ ดังนี้

จาก $ax^2 + bx + c$
เครื่องหมายของพจน์หน้า กับ พจน์หลังต้องเป็น _____

เช่น

แต่ถ้าหากพหุนามดีกรีสองที่โจทย์กำหนดให้ นั้นมีเครื่องหมายของพจน์หน้าหรือพจน์หลังเป็นลบแล้ว พหุนามดีกรีสองนั้นจะไม่ใช่พหุนามที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์อย่างแน่นอน ซึ่งการแยกตัวประกอบนั้นจะใช้วิธีนี้ได้

เช่น

ขั้นตอนที่ 2 หลังจากขั้นตอนที่ 1 เมื่อ Check ว่ามีโอกาสที่จะเป็นกำลังสองสมบูรณ์ได้แล้ว โดยพิจารณาจากเครื่องหมายของพจน์หน้าและพจน์หลังที่ต้องเป็นบวกแล้ว เรายังไม่สามารถสรุปได้ว่า พหุนามดีกรีสองนั้นเป็นกำลังสองสมบูรณ์ได้ 100% ยังจะต้องทำการ Check อีกตามวิธีดังต่อไปนี้

$$ax^2 \pm bx + c = (n \pm d)^2$$

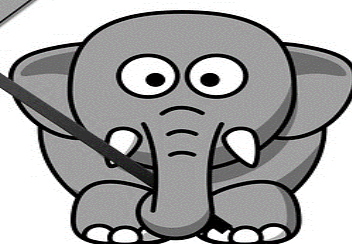
ถ้า _____ = _____ จะได้ว่า ; _____

ถ้า _____ \neq _____ จะได้ว่า ; _____

ขั้นตอนที่ 3 เมื่อมั่นใจแล้วว่าพหุนามที่โจทย์กำหนดให้ นั้นเป็นกำลังสองสมบูรณ์แล้วให้นำค่าของ n และ d ที่ได้มาก่อนหน้านี้เขียนอยู่ในรูปของวงเล็บที่ยกกำลังสอง

$$ax^2 \pm bx + c = (\square \pm \triangle)^2$$

Don't forget



เสริม

1. ค่ากำลังสองของจำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้ ควรจะต้องท่องจำให้ได้เพื่อความรวดเร็วในการคำนวณ เพราะว่าจะพบได้บ่อย

จำนวนรูป ยกกำลังสอง	ค่าของจำนวน ที่ยกกำลังสอง	จำนวนรูป ยกกำลังสอง	ค่าของจำนวน ที่ยกกำลังสอง
1^2		16^2	
2^2		17^2	
3^2		18^2	
4^2		19^2	
5^2		20^2	
6^2		21^2	
7^2		22^2	
8^2		23^2	
9^2		24^2	
10^2		25^2	
11^2		26^2	
12^2		27^2	
13^2		28^2	
14^2		29^2	
15^2		30^2	

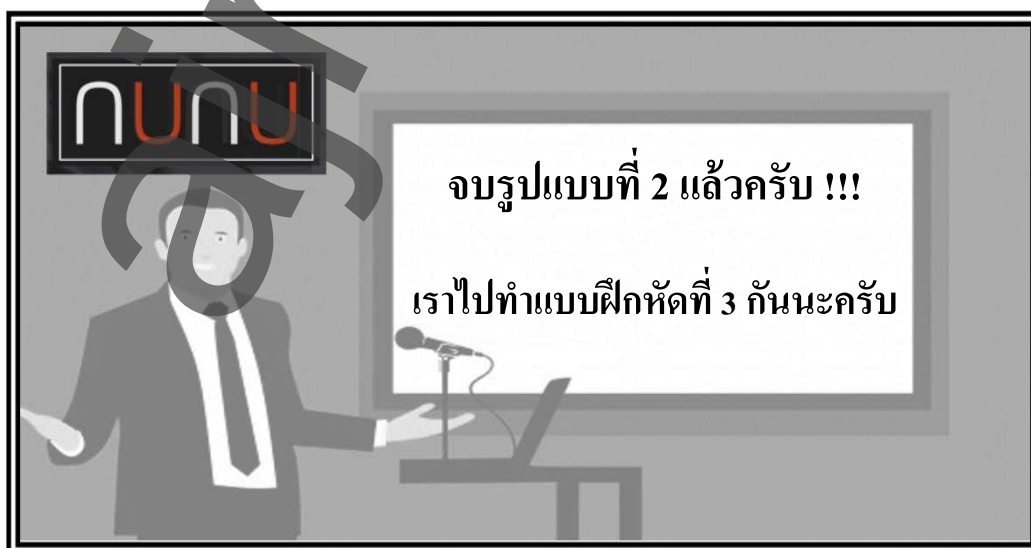
2. เทคนิคการหาค่าของจำนวนที่มีหลักหน่วยเป็น 5 แล้วยกกำลังสอง

$$(\square 5)^2 = (\square)(\square + 1) 25$$

จำนวนรูป ยกกำลังสอง	ค่าของจำนวน ที่ยกกำลังสอง	จำนวนรูป ยกกำลังสอง	ค่าของจำนวน ที่ยกกำลังสอง
15^2		65^2	
25^2		75^2	
35^2		85^2	
45^2		95^2	
55^2		105^2	

ตัวอย่าง จงแยกตัวประกอบพหุนามที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (ถ้าไม่ใช่ไม่ต้องแยก)

1) $x^2 + 16x + 64$	2) $y^2 - 28y + 196$		
○ ใช่ แยกได้ว่า ;	○ ไม่ใช่	○ ใช่ แยกได้ว่า ;	○ ไม่ใช่
3) $25m^2 + 30m + 9$	4) $100n^2 - 260n + 169$		
○ ใช่ แยกได้ว่า ;	○ ไม่ใช่	○ ใช่ แยกได้ว่า ;	○ ไม่ใช่
5) $m^2 + 6m - 16$	6) $9y^2 - 80y + 100$		
○ ใช่ แยกได้ว่า ;	○ ไม่ใช่	○ ใช่ แยกได้ว่า ;	○ ไม่ใช่



แบบฝึกหัดที่ 3

ตอนที่ 1

จงแยกตัวประกอบพหุนามที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ (ถ้าไม่ใช่ไม่ต้องแยก)

1) $y^2 + 10y + 25$	2) $w^2 - 14w + 49$
<input type="radio"/> ใช่ แยกได้ว่า ;	<input type="radio"/> ไม่ใช่ <input type="radio"/> ใช่ แยกได้ว่า ;
3) $a^2 - 4a + 4$	4) $d^2 + 2d + 1$
<input type="radio"/> ใช่ แยกได้ว่า ;	<input type="radio"/> ไม่ใช่ <input type="radio"/> ใช่ แยกได้ว่า ;
5) $m^2 + 6m - 16$	6) $y^2 - 20y + 100$
<input type="radio"/> ใช่ แยกได้ว่า ;	<input type="radio"/> ไม่ใช่ <input type="radio"/> ใช่ แยกได้ว่า ;
7) $-j^2 + 12j - 64$	8) $h^2 - 24h + 144$
<input type="radio"/> ใช่ แยกได้ว่า ;	<input type="radio"/> ไม่ใช่ <input type="radio"/> ใช่ แยกได้ว่า ;
9) $f^2 + 30f + 225$	10) $c^2 - 36c + 324$
<input type="radio"/> ใช่ แยกได้ว่า ;	<input type="radio"/> ไม่ใช่ <input type="radio"/> ใช่ แยกได้ว่า ;

11)	$n^2 + 13n + 36$	12)	$s^2 - 26s + 169$
<input type="radio"/>	ใช่ แยกได้ว่า ;	<input type="radio"/>	ไม่ใช่
<input type="radio"/>	ใช่ แยกได้ว่า ;	<input type="radio"/>	ไม่ใช่
13)	$b^2 + 55b + 484$	14)	$p^2 - 40p + 400$
<input type="radio"/>	ใช่ แยกได้ว่า ;	<input type="radio"/>	ไม่ใช่
<input type="radio"/>	ใช่ แยกได้ว่า ;	<input type="radio"/>	ไม่ใช่
15)	$t^2 + 34t + 289$	16)	$k^2 - 40k + 256$
<input type="radio"/>	ใช่ แยกได้ว่า ;	<input type="radio"/>	ไม่ใช่
<input type="radio"/>	ใช่ แยกได้ว่า ;	<input type="radio"/>	ไม่ใช่
17)	$p^2 - 48pq + 576q^2$	18)	$a^2 + 56ab + 784b^2$
<input type="radio"/>	ใช่ แยกได้ว่า ;	<input type="radio"/>	ไม่ใช่
<input type="radio"/>	ใช่ แยกได้ว่า ;	<input type="radio"/>	ไม่ใช่
19)	$-m^2 + 45mn + 196n^2$	20)	$d^2 - 52de + 676e^2$
<input type="radio"/>	ใช่ แยกได้ว่า ;	<input type="radio"/>	ไม่ใช่
<input type="radio"/>	ใช่ แยกได้ว่า ;	<input type="radio"/>	ไม่ใช่

หน้า 202 - 248

มีในเอกสารตัวเต็ม

รูปแบบที่ 3

การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง

ก่อนที่เราจะทำการศึกษาการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสองนั้น เราควรมาทำความเข้าใจเสียก่อนว่า พหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสองคืออะไร

พิจารณาการคูณพหุนามกับพหุนามที่กำหนดให้ต่อไปนี้

$$1) \quad (x + 3)(x - 3) =$$

$$=$$

$$=$$

ดังนั้น

$$=$$

$$=$$

$$2) \quad (4x + 5)(4x - 5) =$$

$$=$$

$$=$$

ดังนั้น

$$=$$

$$=$$

จากตัวอย่างการคูณพหุนามกับพหุนามข้างต้น จะได้ว่า ;

สามารถเขียนสลับกันได้ว่า ;

การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสองแจกแจงเป็นขั้นตอน ได้ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ต้อง check เสียก่อนว่าพหุนามที่กำหนดให้ นั้นสามารถทำให้อยู่ในรูปผลต่างกำลังสองได้หรือไม่

จาก

$$(\text{หน้า})^2 - (\text{หลัง})^2 \quad \text{เรียกว่า } \underline{\hspace{2cm}}$$

ดังนั้น

ตัวอย่าง จงพิจารณาพหุนามที่กำหนดให้ต่อไปนี้ สามารถทำเป็นผลต่างกำลังสองได้หรือไม่

1)	$x^2 - 49$	2)	$4y^2 - 9$
3)	$m^2 + 25$	4)	$-n^2 - 36$
5)	$-100x^2 + 4y^2$	6)	$64a^2 - 9b^2$

ขั้นตอนที่ 2 จากขั้นตอนที่ 1 เมื่อพิจารณาแล้วว่า พจน์หน้า และ พจน์หลัง ที่โจทย์กำหนดให้ นั้นมีเครื่องหมายหน้าพจน์ที่ตรงข้ามกัน ให้เขียนพจน์หน้า และ พจน์หลัง ให้อยู่ในรูปกำลังสอง โดยพจน์หน้าเป็นบวก และพจน์หลังเป็นลบ เช่น

$$\begin{aligned} 1) \quad x^2 - 36 &= \underline{\hspace{2cm}} \\ 2) \quad 100 - y^2 &= \underline{\hspace{2cm}} \\ 3) \quad -49 + m^2 &= \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

ในกรณีที่พจน์หน้าหรือพจน์หลังที่โจทย์กำหนดมาให้ เป็นพจน์ที่มีตัวแปรที่มี สปส. หน้าตัวแปรไม่ใช่ 1 แล้วนั้น ต้องเขียนให้อยู่ในรูปวงเล็บยกกำลังสอง เช่น

$$\begin{aligned} 1) \quad 25x^2 - 4 &= \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \\ 2) \quad 64x^2 - 25y^2 &= \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \\ 3) \quad -144m^2 + 25k^2 &= \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

ขั้นตอนที่ 3 เมื่อจัดรูปพหุนามตามขั้นตอนที่ 2 แล้วก็จะได้พหุนามรูปผลต่างกำลังสอง ให้เริ่มทำการแยกตัวประกอบพหุนามตามนี้

- เขียนวงเล็บสองวงเล็บคู่กันตามนี้ () ()
- นำจำนวนที่อยู่ได้เลขยกกำลังสองทั้งหมดของพจน์หน้าใส่ในตำแหน่งหน้าของทั้งสองวงเล็บ
- นำจำนวนที่อยู่ได้เลขยกกำลังสองทั้งหมดของพจน์หลังใส่ในตำแหน่งหลังของทั้งสองวงเล็บ
- เครื่องหมายที่จะคั่นระหว่างหน้ากับหลังของแต่ละวงเล็บนั้นตรงข้ามกัน คือ + กับ -

$$(\text{หน้า})^2 - (\text{หลัง})^2 =$$


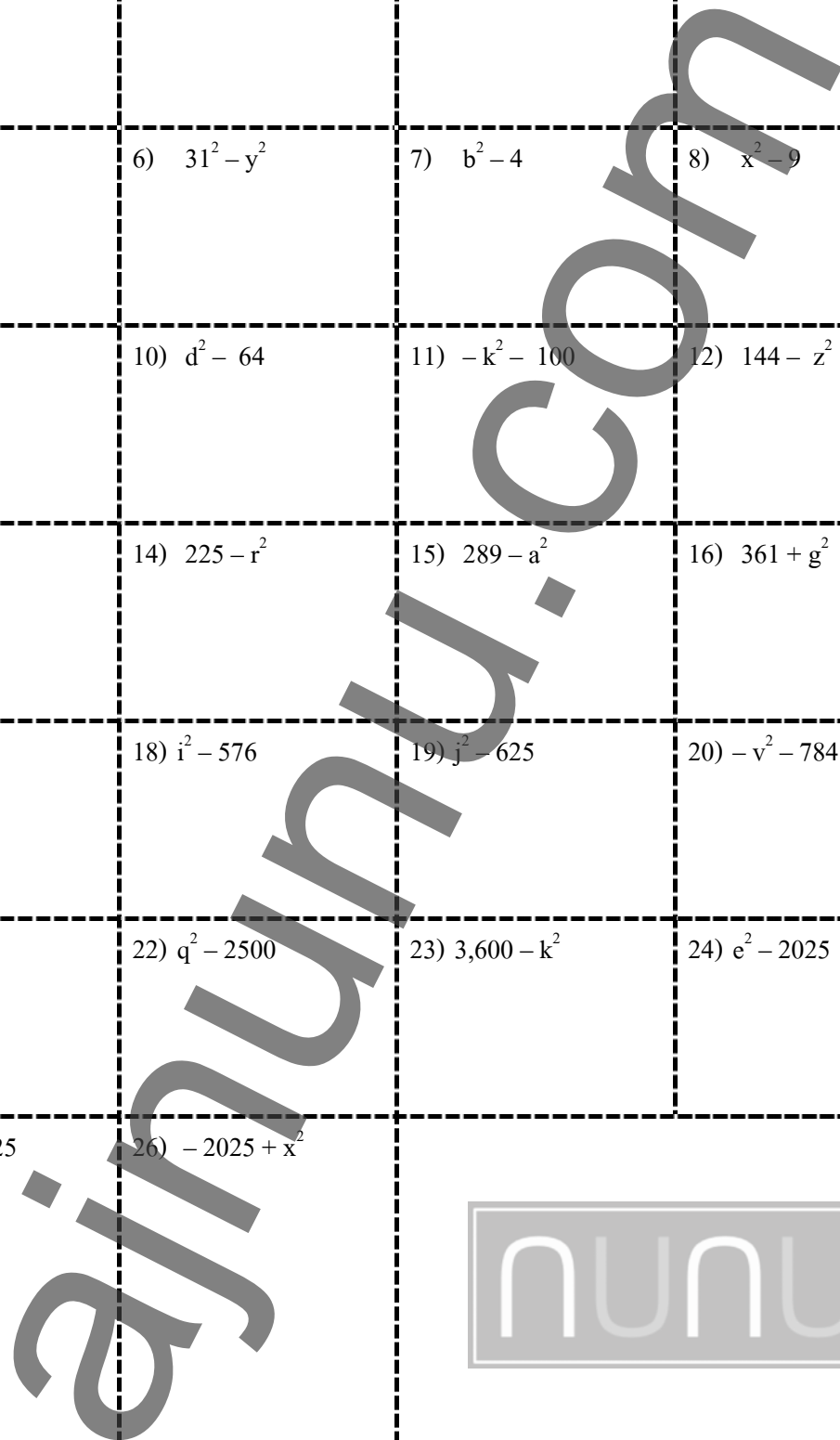
แบบฝึกหัดที่ 4

ตอนที่ 1 จงแยกตัวประกอบพหุนามที่กำหนดให้ต่อไปนี้ด้วยวิธีผลต่างกำลังสอง

1) $(x)^2 - (2)^2$	2) $(13)^2 - (a)^2$	3) $(15)^2 - b^2$	4) $x^2 - 12^2$
5) $p^2 - 1^2$	6) $50^2 - x^2$	7) $v^2 - 1$	8) $u^2 - 16$
9) $s^2 - 25$	10) $c^2 + 49$	11) $e^2 - 81$	12) $121 - b^2$
13) $169 - m^2$	14) $256 - x^2$	15) $-324 - b^2$	16) $400 - h^2$
17) $y^2 - 441$	18) $f^2 - 529$	19) $w^2 + 676$	20) $u^2 - 729$
21) $y^2 - 841$	22) $-1600 - x^2$	23) $n^2 - 10,000$	24) $1225 - d^2$
25) $-3025 + g^2$	26) $-p^2 + 1024$		

SELF PRACTICE (แบบฝึกหัดตนเอง)

1) $(y)^2 - (7)^2$	2) $(z)^2 - (10)^2$	3) $(17)^2 - (b)^2$	4) $(22)^2 - x^2$
5) $w^2 - 8^2$	6) $31^2 - y^2$	7) $b^2 - 4$	8) $x^2 - 9$
9) $t^2 - 36$	10) $d^2 - 64$	11) $-k^2 - 100$	12) $144 - z^2$
13) $196 - n^2$	14) $225 - r^2$	15) $289 - a^2$	16) $361 + g^2$
17) $e^2 - 484$	18) $i^2 - 576$	19) $j^2 - 625$	20) $-v^2 - 784$
21) $a^2 + 900$	22) $q^2 - 2500$	23) $3,600 - k^2$	24) $e^2 - 2025$
25) $-h^2 + 5625$	26) $-2025 + x^2$		



หน้า 255 - 321

มีในเอกสารตัวเต็ม

รูปแบบที่ 4

การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง โดยใช้วิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์ (ผสมกับผลต่างกำลังสอง)

นอกจากวิธีการแยกตัวประกอบพหุนามรูป $ax^2 + bx + c$ ที่เราได้ทำการศึกษามาก่อนหน้านี้แล้วนั้น ยังมีการใช้ความรู้เรื่องพหุนามกำลังสองสมบูรณ์และผลต่างกำลังสองเข้ามาช่วยในการแยกตัวประกอบได้อีกด้วย

พหุนามกำลังสองสมบูรณ์

พหุนามผลต่างกำลังสอง

ซึ่งการแยกตัวประกอบวิธีนี้มักจะใช้กับพหุนามรูป $ax^2 + bx + c$ ที่เราไม่สามารถแยกตัวประกอบได้ด้วยวิธีที่ได้ทำการศึกษามาก่อนหน้านี้

ขั้นตอนการแยกตัวประกอบพหุนามรูป $ax^2 + bx + c$ ด้วยวิธีนี้ มีขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 พหุนามดีกรีสองนั้น ต้องอยู่ในรูป $ax^2 + bx + c$ โดยที่ a เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 0 และ b, c เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ใช่ศูนย์ กล่าวง่าย ๆ ได้ว่าต้องมีพจน์ 3 พจน์ คือ พจน์หน้า (ax^2), พจน์กลาง (bx), พจน์หลัง (c) ครบทั้ง 3 พจน์

ในกรณีที่ขาดพจน์กลาง (bx) หรือ พจน์หลัง (c) พจน์ใดพจน์หนึ่งไปนั้นเราจะใช้วิธีการแยกตัวประกอบพหุนามด้วยวิธีที่เราได้ศึกษาก่อนหน้านี้ ไม่ว่าจะเป็นการดึงตัวร่วม หรือ ผลต่างกำลังสอง

ขั้นตอนที่ 2 พหุนามดีกรีสองจะต้องเรียงดีกรีจากมากไปน้อย ถ้าไม่ได้เรียงดีกรีจะต้องทำการเรียงดีกรีใหม่
เช่น

1) $8 - 6x + x^2 \rightarrow$ _____

2) $-5x^2 + 12 - 4x \rightarrow$ _____

ขั้นตอนที่ 3 ในกรณีที่พหุนาม $ax^2 + bx + c$ ที่เราจะแยกตัวประกอบนั้น $a \neq 1$ ให้ทำการดึงค่า a ออกมาจากทั้งพจน์หน้า กลาง หลัง เพราะเราต้องการให้พจน์หน้าอยู่ในรูป x^2 เพื่อให้ทำการแยกตัวประกอบทำได้ง่ายขึ้น เช่น

1)	$2x^2 + 6x - 10$	\rightarrow
2)	$3x^2 - 9x + 5$	\rightarrow
3)	$5x^2 + 2x - 10$	\rightarrow
4)	$7x^2 - 3x + 2$	\rightarrow
5)	$-x^2 - 3x + 7$	\rightarrow
6)	$6x^2 + x - 4$	\rightarrow

ขั้นตอนที่ 4 จากรูปพหุนามที่โจทย์กำหนดให้ เมื่อ $a = 1$ แล้ว เราจะสร้างพหุนามกำลังสองสมบูรณ์ให้เกิดขึ้นโดยพิจารณาพจน์หน้าและพจน์กลาง เพื่อที่จะเติมพจน์ $+$ (หลัง)² เข้าไปให้กลายเป็นกำลังสองสมบูรณ์ แต่เราก็จะต้องเติมพจน์ $-$ (หลัง)² เข้าไปด้วยเพื่อไม่ให้ค่าของโจทย์เปลี่ยนแปลง จากนั้นทำการเปลี่ยนพหุนามกำลังสองสมบูรณ์ที่เราได้นั้น ให้อยู่ในรูปของ $(x + a)^2$ หรือ $(x - a)^2$

ขั้นตอนที่ 5 พยายามจัดรูปพหุนามจากขั้นตอนที่ 4 ให้อยู่ในรูปของผลต่างกำลังสอง แล้วทำการแยกตัวประกอบด้วยวิธีผลต่างกำลังสอง แต่ถ้าไม่สามารถจัดรูปพหุนามจากขั้นตอนที่ 4 ให้อยู่ในรูปผลต่างกำลังสองได้แล้ว กล่าวง่ายๆ คือ ผลสำเร็จหลังกำลังสองสมบูรณ์นั้นเป็น $+$ ก็จะหมายความว่าพหุนามที่โจทย์กำหนดมาให้ นั้น ไม่สามารถแยกตัวประกอบได้นั่นเอง



แบบฝึกหัดที่ 5

จงแยกตัวประกอบที่กำหนดให้ต่อไปโดยใช้พหุนามกำลังสองสมบูรณ์และผลต่างกำลังสอง

1) $x^2 + 14x + 48$

2) $a^2 - 16a + 60$