



เอกสารประกอบการเรียน วิชา คณิตศาสตร์

การหาพื้นที่แรเงา ของรูปเรขาคณิต

เอกสารนี้เผยแพร่ที่: ajnunu.com

ข้อกำหนดในการใช้เอกสาร: เอกสารประกอบการเรียนนี้เป็นผลงานการเรียบเรียงของ อ.วิษณุ วงศ์ธรรมศิริ ซึ่งได้รับความคุ้มครองตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ ผู้ที่ต้องการเผยแพร่ส่วนหนึ่งส่วนใดของเอกสารนี้ หรือใช้เอกสารนี้ในการประกอบการสอน ต้องได้รับการยินยอมเป็นลายลักษณ์อักษรก่อนเท่านั้น

สารบัญ

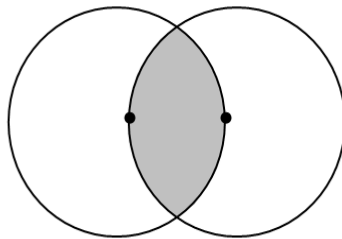
หัวข้อ	หน้า
เนื้อหา	1
แบบฝึกหัดที่ 1	3
แบบฝึกหัดที่ 2	2
แบบฝึกหัดที่ 3	26
แบบฝึกหัดที่ 4	34

การหาพื้นที่แรงแรงเรขาคณิต

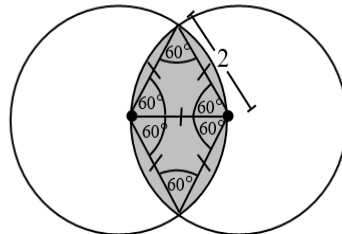
ในบทนี้เป็นบทที่ว่าด้วยเรื่องการหาพื้นที่แรงแรง รวบรวมโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่แรงแรงซึ่งมักจะออกข้อสอบ โดยที่จะต้องใช้ทักษะเนื้อหาของบทต่าง ๆ ที่ได้ศึกษามาก่อนหน้านี้เข้ามาประยุกต์ใช้ การหาพื้นที่แรงแรงนั้นจะแบ่งการหาออกได้เป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ คือ

1. **การหาพื้นที่แรงแรงโดยตรง** คือ การหาพื้นที่แรงแรงที่โจทย์กำหนดให้โดยพิจารณาว่า ส่วนที่แรงแรงนั้นประกอบไปด้วยชิ้นส่วนใดบ้างมาประกอบเป็นพื้นที่แรงแรงรูปนั้น ๆ

ตัวอย่าง จงหาพื้นที่แรงแรงที่กำหนดให้ เมื่อวงกลมทั้งสองวงลากผ่านจุดศูนย์กลางซึ่งกันและกัน และแต่ละวงมีรัศมียาว 2 หน่วย



วิธีทำ พิจารณาส่วนพื้นที่แรงแรงว่าประกอบไปด้วยชิ้นส่วนใดบ้างที่นำมาประกอบกันเป็นพื้นที่แรงแรง

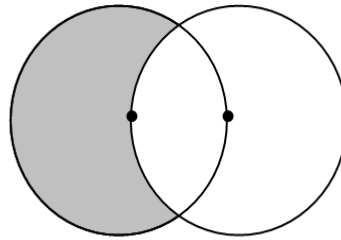


$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่แรงแรง} &= 2 \left[\text{รูปสามเหลี่ยม} \right] + 4 \left[\text{รูปกึ่งวงกลม} \right] \\
 &= 2 \left[\text{รูปสามเหลี่ยม} \right] + 4 \left[\text{รูปกึ่งวงกลม} - \text{รูปสามเหลี่ยม} \right] \\
 &= 2 \left[\frac{\sqrt{3}}{4} (2)^2 \right] + 4 \left[\frac{60}{360} \pi (2)^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} (2)^2 \right] = 2\sqrt{3} + 4 \left[\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3} \right] \\
 &= 2\sqrt{3} + \frac{8\pi}{3} - 4\sqrt{3} = \frac{8\pi}{3} - 2\sqrt{3} \\
 \therefore \text{พื้นที่แรงแรง} &= 2 \left(\frac{4\pi}{3} - \sqrt{3} \right) \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

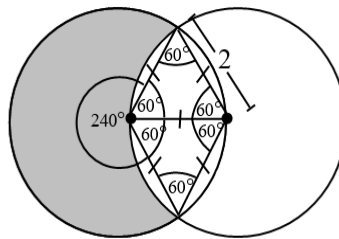


2. การหาพื้นที่แรงแจกโดยอ้อม คือ การหาพื้นที่แรงแจกที่โจทย์กำหนดให้ โดยพิจารณาหาพื้นที่แรงแจกของส่วนที่มากกว่าพื้นที่แรงแจกที่กำหนดให้ หลังจากนั้นจึงค่อยลบพื้นที่ส่วนที่แรงแจกที่ไม่ต้องการออกจนเหมือนพื้นที่แรงแจกตามที่โจทย์ต้องการหา

ตัวอย่าง จงหาพื้นที่แรงแจกที่กำหนดให้ เมื่อวงกลมทั้งสองวงลากผ่านจุดศูนย์กลางซึ่งกันและกัน และแต่ละวงมีรัศมียาว 2 หน่วย



วิธีทำ พิจารณาส่วนพื้นที่แรงแจกที่มากกว่าโจทย์กำหนดให้ จากนั้นพิจารณาหาพื้นที่ที่ไม่ต้องการแล้วนำไปลบทิ้ง



$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่แรงแจก} &= \left[\text{Sector of } 240^\circ \text{ with radius } 2 \right] - 2 \left[\text{Sector of } 60^\circ \text{ with radius } 2 \right] \\
 &= \left[\text{Sector of } 240^\circ \text{ with radius } 2 \right] - 2 \left[\text{Sector of } 60^\circ \text{ with radius } 2 - \text{Triangle with side } 2 \right]
 \end{aligned}$$

$$= \frac{240}{360} \pi (2)^2 - 2 \left[\frac{60}{360} \pi (2)^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} (2)^2 \right]$$

$$= \frac{8\pi}{3} - 2 \left[\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3} \right]$$

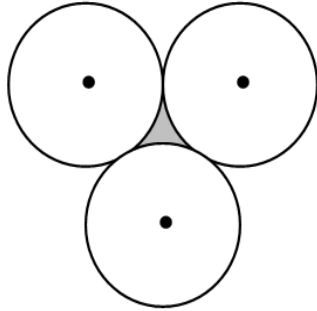
$$= \frac{8\pi}{3} - \frac{4\pi}{3} + 2\sqrt{3}$$

$$\therefore \text{พื้นที่แรงแจก} = \frac{4\pi}{3} + 2\sqrt{3} = 2 \left(\frac{2\pi}{3} + \sqrt{3} \right) \text{ ตารางหน่วย}$$



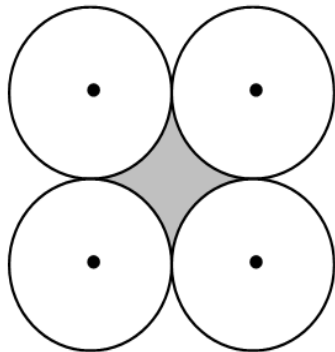
แบบฝึกหัดที่ 1

- 1) จากรูป วงกลมทั้ง 3 รูป มีรัศมียาว 2 หน่วยเท่ากัน จงหาพื้นที่แรงแจก (สมาคมนคิด ๑) (แนวเตรียมอุดม)



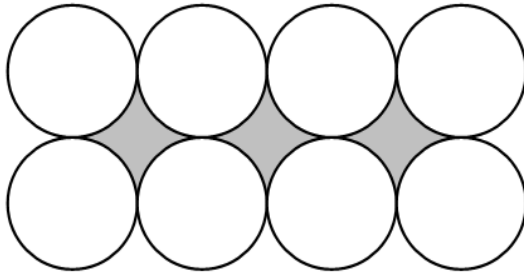
- ก. $2(2\sqrt{3} - \pi)$ ตารางหน่วย
 ข. $2(2\sqrt{3} + \pi)$ ตารางหน่วย
 ค. $4(\sqrt{3} - \pi)$ ตารางหน่วย
 ง. $4(\sqrt{3} - 2\pi)$ ตารางหน่วย

- 2) จากรูป วงกลมทั้ง 4 รูป มีรัศมียาว x หน่วย จงหาพื้นที่แรงแจก (แนวเตรียมทหาร)



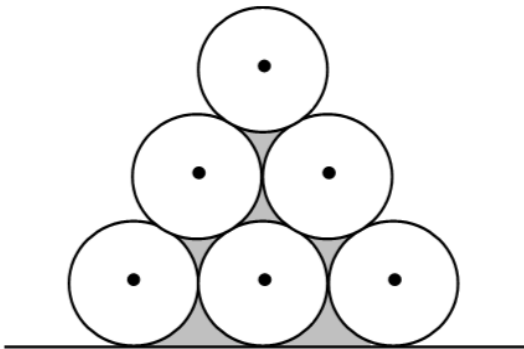
- ก. $x^2(4 + \pi)$ ตารางหน่วย
 ข. $x^2(2 - \pi)$ ตารางหน่วย
 ค. $x^2(4 - \pi)$ ตารางหน่วย
 ง. $x^2(2 + \pi)$ ตารางหน่วย

- 3) กำหนดวงกลม 8 รูป สัมผัสกันตามรูป โดยแต่ละวงมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 2 หน่วย จงหาพื้นที่แรงแจก (สมาคมคณิตฯ)



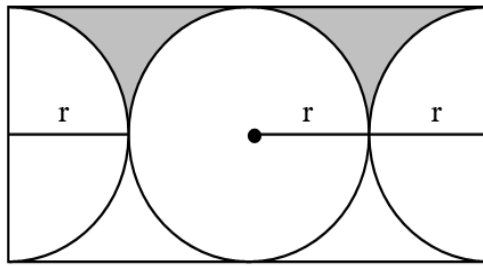
- ก. $12 - 3\pi$ ตารางหน่วย
 ข. $12 - \frac{3\pi}{2}$ ตารางหน่วย
 ค. $15 - 3\pi$ ตารางหน่วย
 ง. $15 - \frac{3\pi}{2}$ ตารางหน่วย

- 4) จากรูป วงกลมแต่ละวงมีรัศมียาว 1 หน่วย จงหาพื้นที่แรงแจก (แนวเตรียมทหาร)



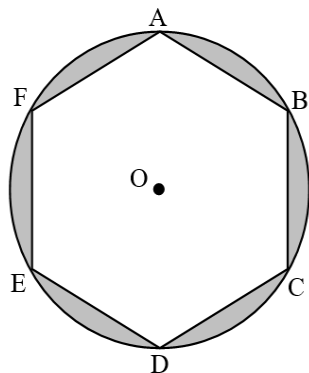
- ก. $2 + 2\sqrt{3} + 3\pi$ ตารางหน่วย
 ข. $2 - 2\sqrt{3} - 3\pi$ ตารางหน่วย
 ค. $4 + 4\sqrt{3} - 3\pi$ ตารางหน่วย
 ง. $4 - 4\sqrt{3} - 3\pi$ ตารางหน่วย

5) จากรูป อัตราส่วนของพื้นที่แรเงาคือพื้นที่ทั้งหมดเป็นเท่าไร



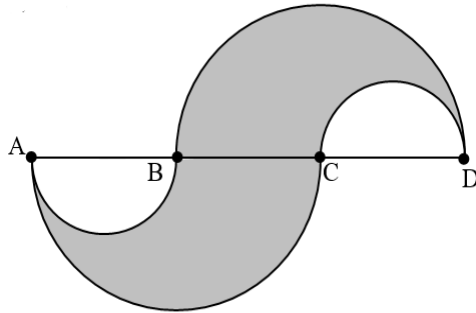
- ก. $\frac{4-\pi}{4}$
- ข. $\frac{4-\pi}{8}$
- ค. $\frac{8-\pi}{8}$
- ง. $\frac{2-\pi}{4}$

6) จงหาพื้นที่แรเงา เมื่อกำหนดให้ ABCDEF เป็นหกเหลี่ยมด้านเท่าที่บรรจุอยู่ในวงกลม O ที่มีรัศมียาว 2 หน่วย



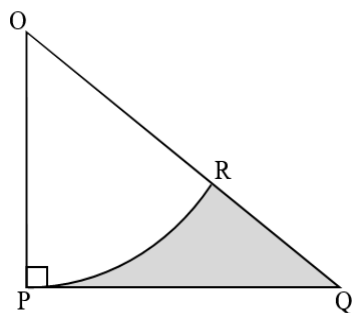
- ก. $4\pi - \frac{\sqrt{2}}{2}$ ตารางหน่วย
- ข. $4\pi - \sqrt{2}$ ตารางหน่วย
- ค. $4\pi - 3\sqrt{3}$ ตารางหน่วย
- ง. $4\pi - 6\sqrt{3}$ ตารางหน่วย

- 7) กำหนดให้ส่วนโค้ง AB, BD, AC, CD เป็นครึ่งวงกลม ถ้า $AB = BC = CD = 7$ หน่วย
 จงหาพื้นที่แรงแก่ ตารางหน่วย (แนวเตรียมอุดม)



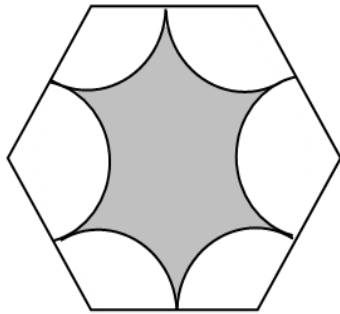
- ก. 108.5 ตารางหน่วย
- ข. 112 ตารางหน่วย
- ค. 115.5 ตารางหน่วย
- ง. 120.5 ตารางหน่วย

- 8) จากรูป $\triangle OPQ$ เป็น \triangle มุมฉาก มี \overline{OPQ} เป็นมุมฉาก มี $\overline{OP} = \overline{OR} = \overline{PQ} = 4$ หน่วย, PR เป็นส่วนโค้งของวงกลมที่มี O เป็นจุดศูนย์กลาง จงหาพื้นที่แรงแก่ (แนวเตรียมทหาร)



- ก. $2\pi + 2$ ตารางหน่วย
- ข. $4 - 2\pi$ ตารางหน่วย
- ค. $2(2\pi + 2)$ ตารางหน่วย
- ง. $2(4 - \pi)$ ตารางหน่วย

- 9) จากรูป หกเหลี่ยมด้านเท่าที่มีด้านยาวด้านละ a หน่วย ถ้าให้จุดยอดมุมทุกมุมของรูปหกเหลี่ยมเป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่มีรัศมียาวเท่ากับครึ่งหนึ่งของความยาวของด้านของรูปหกเหลี่ยมเขียนส่วนโค้งตัดด้านของรูปหกเหลี่ยมดังกล่าว จงหาอัตราส่วนของพื้นที่รูปแรงแจกต่อพื้นที่ไม่แรงแจก



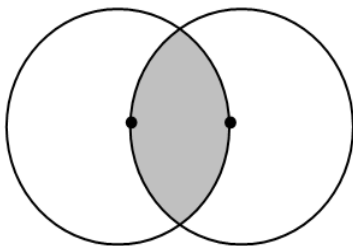
ก. $3\sqrt{3} - \pi : \pi$

ข. $3\sqrt{3} + \pi : \pi$

ค. $3\sqrt{2} - \pi : \pi$

ง. $3\sqrt{2} + \pi : \pi$

- 10) จากรูป วงกลม 2 วง มีรัศมียาว 4 หน่วย จงหาพื้นที่แรงแจก (สมาคมคณิต ๓) (แนวเตรียมทหาร)



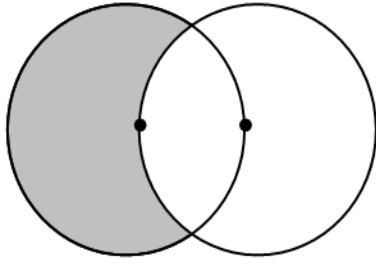
ก. $8\left(\frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}\right)$ ตารางหน่วย

ข. $8\left(\frac{4\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ตารางหน่วย

ค. $4\left(\frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}\right)$ ตารางหน่วย

ง. $4\left(\frac{4\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ตารางหน่วย

11) จากรูป วงกลม 2 วง มีรัศมียาว x หน่วย จงหาพื้นที่แรเงา (แนวเตรียมทหาร)



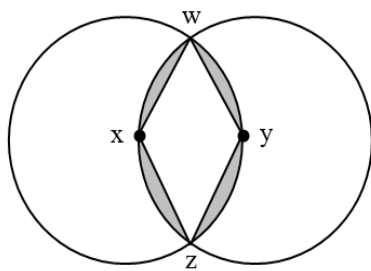
ก. $x^2 \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ ตารางหน่วย

ข. $x^2 \left(\frac{\pi}{3} - \sqrt{3} \right)$ ตารางหน่วย

ค. $x^2 \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ ตารางหน่วย

ง. $x^2 \left(\frac{\pi}{3} + \sqrt{3} \right)$ ตารางหน่วย

12) จากรูป วงกลม x, y มีรัศมียาว r หน่วย ตัดกันที่จุด w, z โดยแต่ละวงลากผ่านจุดศูนย์กลางซึ่งกันและกัน จงหาพื้นที่แรเงากี่ตารางหน่วย



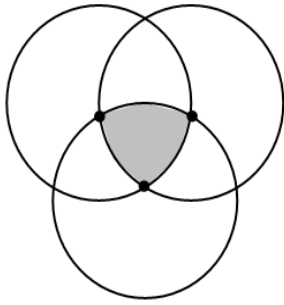
ก. $r^2 \left[\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3} \right]$ ตารางหน่วย

ข. $r^2 \left[\frac{2\pi}{3} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right]$ ตารางหน่วย

ค. $r^2 \left[\frac{\pi}{3} - \sqrt{3} \right]$ ตารางหน่วย

ง. $r^2 \left[\frac{\pi}{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right]$ ตารางหน่วย

13) จากรูป วงกลมทั้ง 3 วง มีรัศมียาว a หน่วย จงหาพื้นที่แรงแจก (แนวเตรียมทหาร)



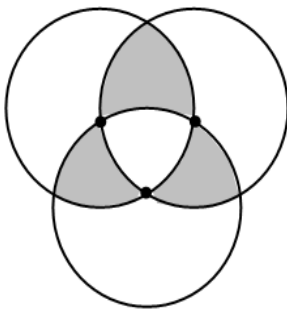
ก. $\frac{a^2}{2}(\pi - \sqrt{3})$ ตารางหน่วย

ข. $\frac{a^2}{2}(\pi + \sqrt{3})$ ตารางหน่วย

ค. $\frac{a^2}{2}\left(\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ตารางหน่วย

ง. $\frac{a^2}{2}\left(\pi + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ตารางหน่วย

14) จากรูป วงกลมทั้ง 3 วง มีรัศมียาว 1 หน่วย จงหาพื้นที่แรงแจก



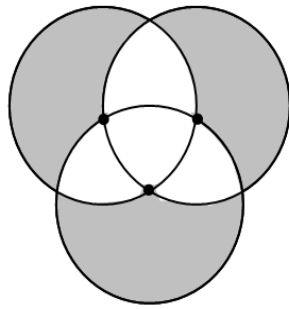
ก. $\frac{\pi}{2}$ ตารางหน่วย

ข. $\frac{\pi}{4}$ ตารางหน่วย

ค. $\frac{\pi}{6}$ ตารางหน่วย

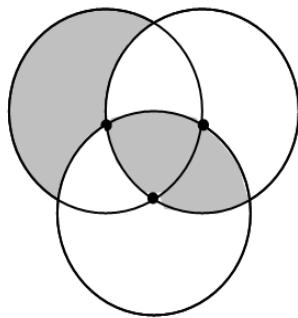
ง. $\frac{\pi}{8}$ ตารางหน่วย

15) จากรูป วงกลมทั้ง 3 วง มีรัศมียาว 2 หน่วย จงหาพื้นที่แรงแจก



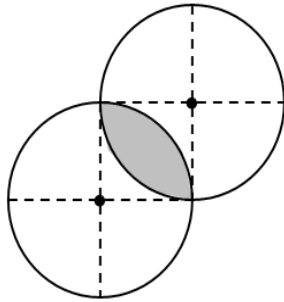
- ก. $2(\pi + \sqrt{3})$ ตารางหน่วย
- ข. $2(\pi - 3\sqrt{3})$ ตารางหน่วย
- ค. $2(\pi - \sqrt{3})$ ตารางหน่วย
- ง. $2(\pi + 3\sqrt{3})$ ตารางหน่วย

16) จากรูป วงกลมทั้ง 3 วง มีรัศมียาว r หน่วย จงหาพื้นที่แรงแจก



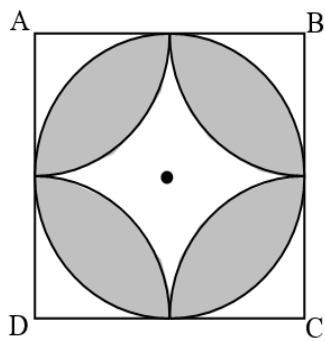
- ก. $\frac{3\pi r^2}{5}$ ตารางหน่วย
- ข. $\frac{5\pi r^2}{3}$ ตารางหน่วย
- ค. $\frac{5\pi r^2}{6}$ ตารางหน่วย
- ง. $\frac{13\pi r^2}{5}$ ตารางหน่วย

17) กำหนดให้วงกลมสองวงมีรัศมี 2 หน่วย ตัดกันดังรูป จงหาพื้นที่แรงแง (แนวเตรียมอุดม)



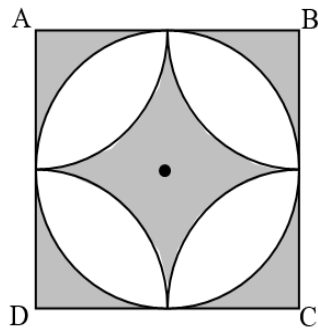
- ก. $\pi - 4$ ตารางหน่วย
- ข. $2\pi - 4$ ตารางหน่วย
- ค. $\frac{\pi}{2} - 1$ ตารางหน่วย
- ง. $\frac{3\pi}{2} - 1$ ตารางหน่วย

18) จากรูป ABCD เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 7 หน่วย มีวงกลมบรรจุดังรูป มีมุม A, B, C, D เป็นจุดศูนย์กลางของส่วนโค้งของวงกลม จงหาพื้นที่แรงแง (แนวเตรียมอุดม)



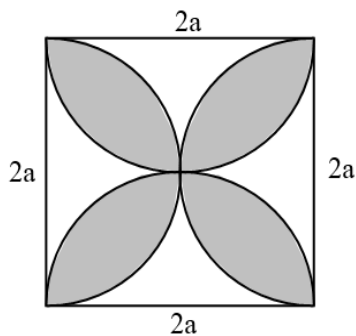
- ก. 26 ตารางหน่วย
- ข. 28 ตารางหน่วย
- ค. 32 ตารางหน่วย
- ง. 36 ตารางหน่วย

- 19) จากรูป ABCD เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ a หน่วย มีวงกลมบรรจุตั้งรูป มีมุม A, B, C, D เป็นจุดศูนย์กลางส่วนโค้งของวงกลม จงหาพื้นที่แรงแรง



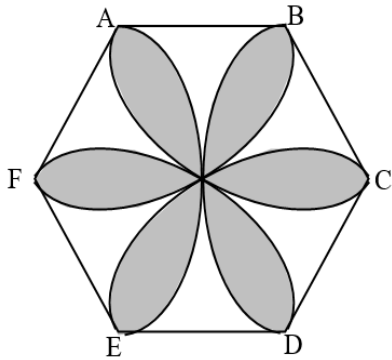
- ก. $a^2 \left(2 - \frac{\pi}{2} \right)$ ตารางหน่วย
 ข. $a^2 \left(1 + \frac{\pi}{2} \right)$ ตารางหน่วย
 ค. $a^2 \left(2 + \frac{\pi}{2} \right)$ ตารางหน่วย
 ง. $a^2 (2 - \pi)$ ตารางหน่วย

- 20) จากรูป ด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของครึ่งวงกลมตั้งรูป จงหาพื้นที่แรงแรงที่ตารางหน่วย (สมมติคณิต ๑) (แนวเตรียมทหาร)



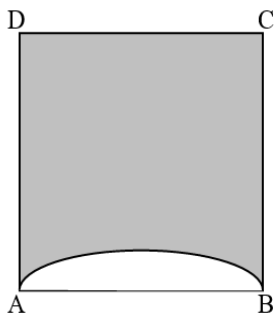
- ก. $a^2 (\pi - 2)$ ตารางหน่วย
 ข. $2a^2 (\pi - 2)$ ตารางหน่วย
 ค. $a^2 (\pi - 2\sqrt{2})$ ตารางหน่วย
 ง. $2a^2 (\pi - 2\sqrt{2})$ ตารางหน่วย

- 21) หกเหลี่ยมด้านเท่า ABCDEF มีด้านแต่ละด้านยาว a หน่วย มีส่วนโค้ง AC, BD, CE, EA, FB โดยมีมุม A, B, C, D, E, F เป็นจุดศูนย์กลางของแต่ละส่วนโค้ง จงหาพื้นที่แรเงาที่ตารางหน่วย (*แนวเตรียมอุดม ๑*)



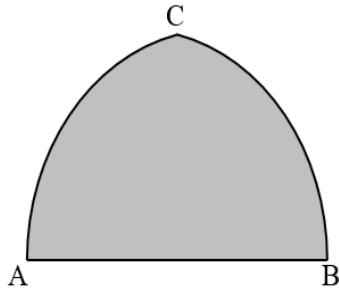
- ก. $a^2(2\pi - 3\sqrt{3})$ ตารางหน่วย
- ข. $a^2(2\pi - \sqrt{3})$ ตารางหน่วย
- ค. $a^2(\pi - \sqrt{3})$ ตารางหน่วย
- ง. $a^2(\pi - 3\sqrt{3})$ ตารางหน่วย

- 22) จากรูป AB เป็นส่วนโค้งของวงกลมที่มีรัศมียาว x หน่วย และ ABCD เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ x หน่วย จงหาพื้นที่แรเงา (*แนวเตรียมทหาร*)



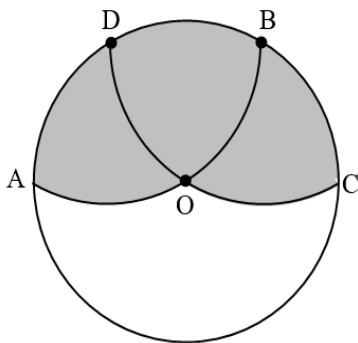
- ก. $x^2\left(\frac{1}{2} - \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ ตารางหน่วย
- ข. $x^2\left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ ตารางหน่วย
- ค. $x^2\left(1 - \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ ตารางหน่วย
- ง. $x^2\left(1 - \frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ ตารางหน่วย

- 23) กำหนดให้ AC เป็นส่วนโค้งของวงกลมที่มี B เป็นจุดศูนย์กลาง มีรัศมี AB ยาว 20 หน่วย, BC เป็นส่วนโค้งของวงกลมที่มี A เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมี AB ยาว 20 หน่วย จงหาพื้นที่แรงแจก (แนวเตรียมทหาร)



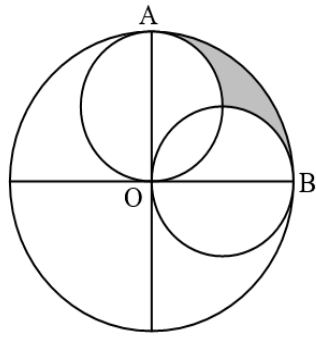
- ก. $\frac{400\pi}{3}$ ตารางหน่วย
 ข. $100\left(\frac{4\pi}{3}-\sqrt{3}\right)$ ตารางหน่วย
 ค. $100(\pi-5\sqrt{3})$ ตารางหน่วย
 ง. $2\pi-3\sqrt{3}$ ตารางหน่วย

- 24) กำหนดให้ O, B, D เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่มีรัศมียาว 4 หน่วย เท่ากัน จงหาพื้นที่แรงแจก



- ก. $8\left(\frac{5\pi}{3}-\sqrt{3}\right)$ ตารางหน่วย
 ข. $6(5\pi-\sqrt{3})$ ตารางหน่วย
 ค. $4(2\pi+3\sqrt{3})$ ตารางหน่วย
 ง. $4(3\pi+\sqrt{3})$ ตารางหน่วย

25) จากรูป ให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมใหญ่ OA และ OB เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมเล็ก ถ้า OB = 2 หน่วย แล้วจงหาพื้นที่แรงแรงที่ตารางหน่วย (สมาคมคณิต ๑) (แนวเตรียมทหาร)



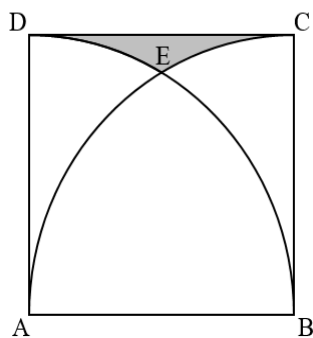
ก. $\frac{\pi+1}{2}$ ตารางหน่วย

ข. $\frac{\pi+2}{2}$ ตารางหน่วย

ค. $\frac{\pi-1}{2}$ ตารางหน่วย

ง. $\frac{\pi-2}{2}$ ตารางหน่วย

26) □ ABCD เป็น □ จัตุรัสยาวด้านละ 1 หน่วย มีจุด A, B เป็นจุดศูนย์กลางของส่วนโค้ง BD และ AC ตามลำดับ ตัดกันที่จุด E จงหาพื้นที่แรงแรง



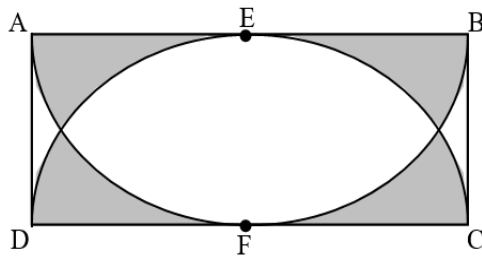
ก. $1 - \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{6}$ ตารางหน่วย

ข. $1 - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}$ ตารางหน่วย

ค. $1 - \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{3}$ ตารางหน่วย

ง. $1 - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{3}$ ตารางหน่วย

27) กำหนดให้ ครึ่งวงกลมที่มีจุดศูนย์กลาง E และ F บรรจอยู่ในสี่เหลี่ยมผืนผ้า ดังรูป โดย AB ยาว 24 หน่วย จงหาพื้นที่แรงแจก



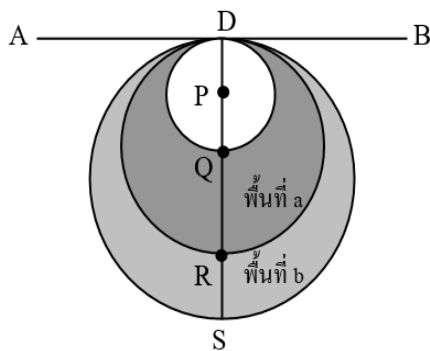
ก. $48 \left[2\sqrt{3} - \frac{\pi}{2} \right]$ ตารางหน่วย

ข. $48 \left[3\sqrt{3} - \frac{\pi}{2} \right]$ ตารางหน่วย

ค. $48[3\sqrt{3} - \pi]$ ตารางหน่วย

ง. $48[2\sqrt{3} - \pi]$ ตารางหน่วย

28) จากรูป จงหาอัตราส่วนพื้นที่แรงแจก a กับพื้นที่แรงแจก b เมื่อกำหนดให้ \overline{AB} สัมผัสวงกลมทั้ง 3 วงที่จุด D จุด P, Q เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม P และ Q และ $\overline{QR} = \frac{3}{2}\overline{RS}$



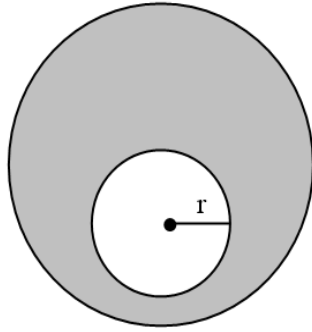
ก. 27 : 28

ข. 16 : 17

ค. 12 : 13

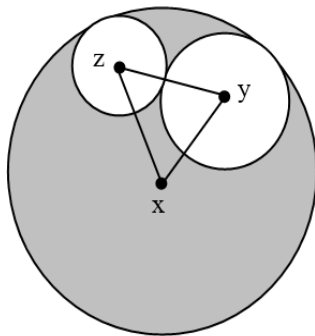
ง. 6 : 7

29) จากรูป วงกลม 2 รูป รัศมี $2r$ และ r หน่วย ถ้าค่าของ r เพิ่มขึ้น 20% แล้วพื้นที่ของส่วนที่แรงแจกจะเพิ่มขึ้นกี่เปอร์เซ็นต์ (สมาคมคณิต ๓)



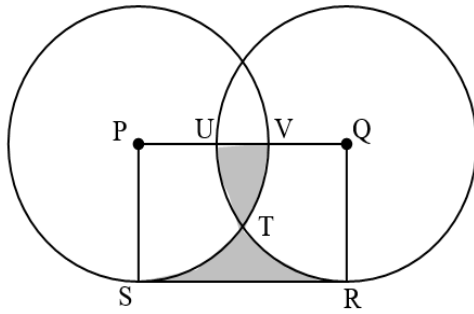
- ก. 20%
- ข. 24%
- ค. 40%
- ง. 44%

30) จากรูป วงกลม x, y, z เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมทั้ง 3 วง xy ยาว 10 หน่วย, xz ยาว 12 หน่วย, yz ยาว 8 หน่วย จงหาพื้นที่แรงแจก



- ก. 179π ตารางหน่วย
- ข. 188π ตารางหน่วย
- ค. 191π ตารางหน่วย
- ง. 200π ตารางหน่วย

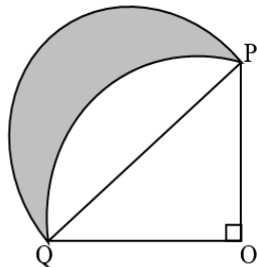
- 31) กำหนดให้ P, Q เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่มีรัศมียาว 7 หน่วย SR เป็นเส้นสัมผัสกับวงกลมทั้งสอง ถ้าพื้นที่แรเงา STR เท่ากับพื้นที่แรเงา TUV แล้วจงหาพื้นที่สี่เหลี่ยม PQRS (แนวเตรียมทหาร)



- ก. 62 ตารางหน่วย
- ข. 77 ตารางหน่วย
- ค. 84 ตารางหน่วย
- ง. 92 ตารางหน่วย

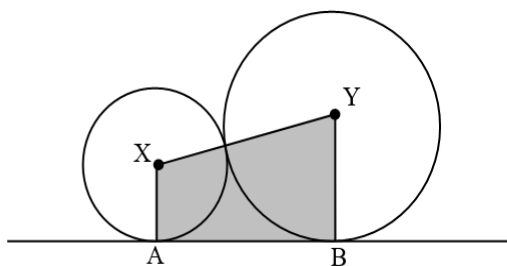
แบบฝึกหัดที่ 2

- 1) จากรูป $\triangle OPQ$ เป็น \triangle มุมฉาก O เป็นจุดศูนย์กลางของส่วนโค้ง \widehat{PQ} และ \widehat{PQ} เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของครึ่งวงกลมที่อยู่บนด้าน ถ้า \widehat{PQ} ยาว 12 หน่วย จงหาพื้นที่ที่แรเงา



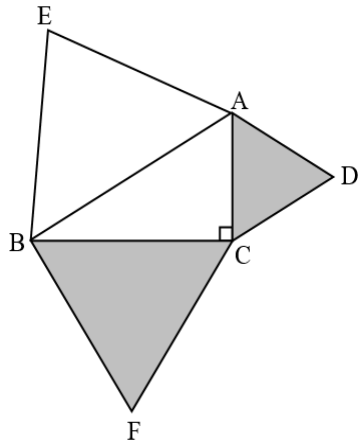
- ก. 30 ตารางหน่วย
- ข. 32 ตารางหน่วย
- ค. 36 ตารางหน่วย
- ง. 40 ตารางหน่วย

- 2) จากรูป AB เป็นเส้นสัมผัสร่วมของวงกลม X และ Y โดย \widehat{BY} , \widehat{AX} ยาว 18, 8 หน่วย ตามลำดับ จงหาพื้นที่ที่แรเงากี่ตารางหน่วย



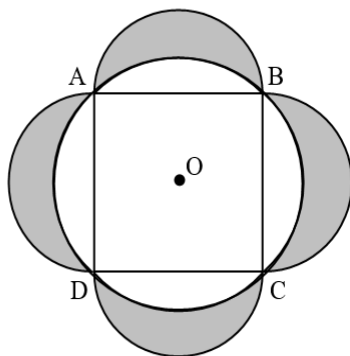
- ก. 312 ตารางหน่วย
- ข. 346 ตารางหน่วย
- ค. 386 ตารางหน่วย
- ง. 412 ตารางหน่วย

- 3) กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก มีด้าน AB ยาว 10 นิ้ว $\triangle AEB$, $\triangle ADC$ และ $\triangle BFC$ เป็นสามเหลี่ยมด้านเท่า จงหาพื้นที่แรงแจก



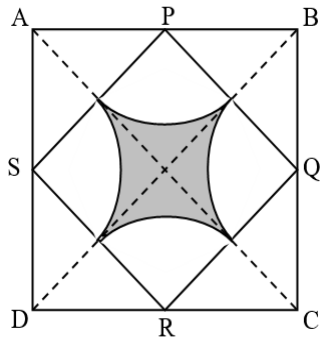
- ก. $10(\sqrt{3} + 1)$ ตารางหน่วย
- ข. $15(\sqrt{2} - 1)$ ตารางหน่วย
- ค. $25\sqrt{2}$ ตารางหน่วย
- ง. $25\sqrt{3}$ ตารางหน่วย

- 4) จากรูป $ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 8 หน่วย บรรจุนในวงกลม O มี AB , BC , CD , AD เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของครึ่งวงกลมที่มีส่วนโค้ง AB , BC , CD , AD ตามลำดับ จงหาพื้นที่แรงแจกี่ตารางหน่วย



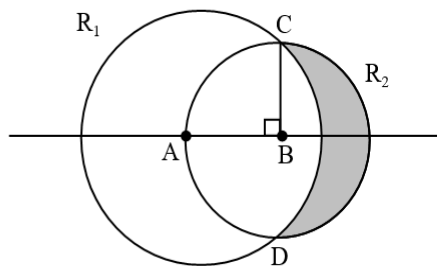
- ก. $64(2\pi - 1)$ ตารางหน่วย
- ข. $64\left(\frac{3\pi}{2} + 1\right)$ ตารางหน่วย
- ค. $64\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$ ตารางหน่วย
- ง. 64 ตารางหน่วย

- 5) กำหนดให้ ABCD เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีด้านยาวด้านละ $4a$ หน่วย และ P, Q, R, S เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน ดังรูป เมื่อใช้จุด P, Q, R, S เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม เขียนส่วนของวงกลมสัมผัสกับเส้นทแยงมุม AC และ BD แล้ว จงหาพื้นที่บริเวณที่แรเงา (สมาคมคณิต ๑)



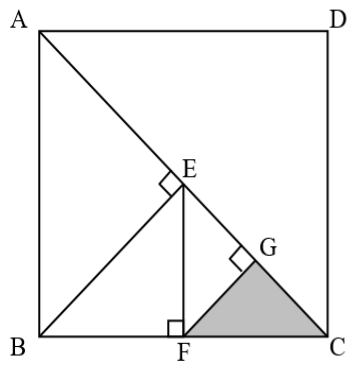
- ก. $2a^2(4 - \pi)$ ตารางหน่วย
- ข. $2a^2(4 + \pi)$ ตารางหน่วย
- ค. $a^2(4 - \pi)$ ตารางหน่วย
- ง. $a^2(4 + \pi)$ ตารางหน่วย

- 6) กำหนดให้ A และ B เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม R_1 และ R_2 ตามลำดับ ถ้าวงกลม R_1 และ R_2 ตัดกันที่จุด C และ D ดังรูป โดยมี $\triangle ABC$ เป็นมุมฉาก และ \overline{AB} ยาว 11 หน่วย แล้ว ส่วนพื้นที่แรงแจกที่แรเงา ตารางหน่วย (สมาคมคณิต ๑)



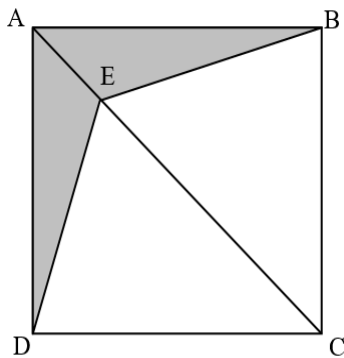
- ก. 96 ตารางหน่วย
- ข. 102 ตารางหน่วย
- ค. 118 ตารางหน่วย
- ง. 121 ตารางหน่วย

7) จากรูป ABCD เป็น □ จัตุรัสยาวด้านละ 64 หน่วย จงหาพื้นที่แรงแจก (แนวเตรียมอุดม)



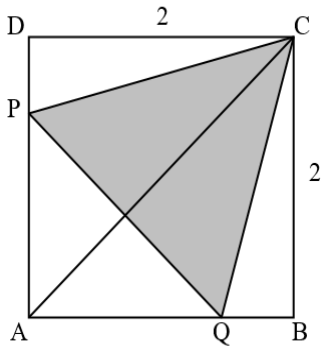
- ก. 169 ตารางหน่วย
- ข. 196 ตารางหน่วย
- ค. 224 ตารางหน่วย
- ง. 256 ตารางหน่วย

8) จากรูป ABCD เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส ยาวด้านละ 24 หน่วย ถ้า $\overline{AE} = \frac{1}{4}\overline{AC}$ จงหาพื้นที่แรงแจก



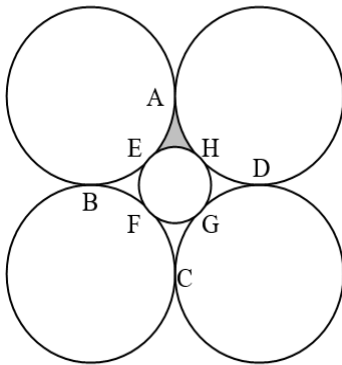
- ก. 96 ตารางหน่วย
- ข. 112 ตารางหน่วย
- ค. 144 ตารางหน่วย
- ง. 156 ตารางหน่วย

- 9) ให้ ABCD เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 2 หน่วย ถ้า PQC เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่บรรจุในรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสนี้ จงหาพื้นที่เงา (สมาคมคณิต ๑)



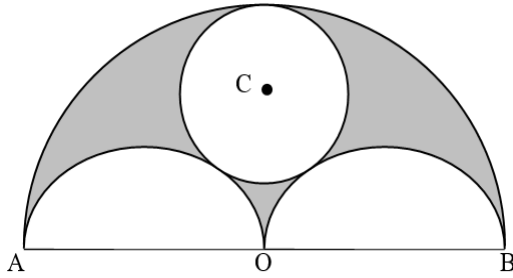
- ก. 1.856 ตารางหน่วย
- ข. 1.972 ตารางหน่วย
- ค. 2.245 ตารางหน่วย
- ง. 2.348 ตารางหน่วย

- 10) วงกลมรัศมี a หน่วย สี่วงสัมผัสกันที่จุด A, B, C และ D และมีวงกลมอีกวงหนึ่งรัศมีน้อยกว่า a หน่วย สัมผัสตัววงกลมทั้งสี่จุดที่จุด E, F, G และ H ดังรูป พื้นที่ของอาณาบริเวณที่เงาเป็นเท่าไร (สมาคมคณิต ๑)



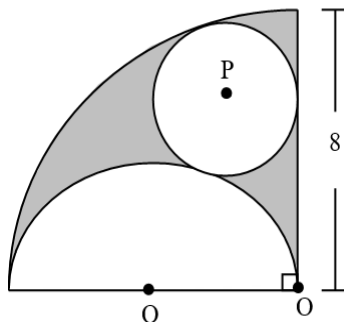
- ก. $2\sqrt{2}\pi a^2$ ตารางหน่วย
- ข. $\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right)\pi a^2$ ตารางหน่วย
- ค. $(2-(1-\sqrt{2})\pi)a^2$ ตารางหน่วย
- ง. $\left(\frac{2-(2-\sqrt{2})\pi}{2}\right)a^2$ ตารางหน่วย

- 11) จากรูป AB เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมที่มี O เป็นจุดศูนย์กลาง ยาว 4 หน่วย สร้างครึ่งวงกลม AO และ BO ตามรูป และสร้างวงกลม C สัมผัสครึ่งวงกลมทั้งสอง จงหาพื้นที่ส่วนที่แรงแ (*แนวเตรียมอุดม*)



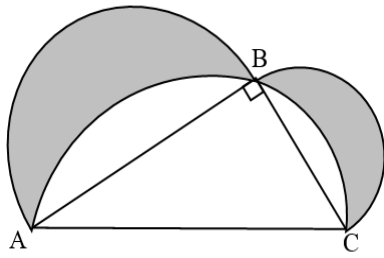
- ก. $\frac{4\pi}{9}$ ตารางหน่วย
- ข. $\frac{5\pi}{9}$ ตารางหน่วย
- ค. $\frac{7\pi}{9}$ ตารางหน่วย
- ง. $\frac{8\pi}{9}$ ตารางหน่วย

- 12) O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่มีรัศมียาว 8 หน่วย จงหาพื้นที่แรงแ

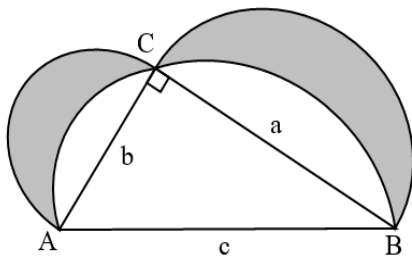


- ก. 4π ตารางหน่วย
- ข. 5.5π ตารางหน่วย
- ค. 6.5π ตารางหน่วย
- ง. 7π ตารางหน่วย

- 13) กำหนดให้ AC, AB, BC เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของครึ่งวงกลม โดย $\overline{AB} = 16$ หน่วย, $\overline{BC} = 12$ หน่วย
จงหาพื้นที่แรเงาที่ตารางหน่วย (แนวเตรียมอุดม ๑)



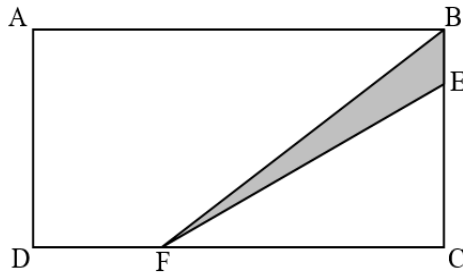
- ก. 96 ตารางหน่วย
ข. 100 ตารางหน่วย
ค. 108 ตารางหน่วย
ง. 112 ตารางหน่วย
- 14) รูปครึ่งวงกลม 3 รูป มีด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเป็นเส้นผ่านศูนย์กลางดังรูป
พื้นที่ของอาณาบริเวณที่แรเงาเป็นเท่าไร (สมาคมคณิต ๑) (แนวเตรียมทหาร)



- ก. $\frac{1}{2} ab$ ตารางหน่วย
ข. $2ab$ ตารางหน่วย
ค. $\frac{1}{2} (\pi c^2 - ab)$ ตารางหน่วย
ง. $\frac{1}{2} (ab^2 - \pi c^2)$ ตารางหน่วย

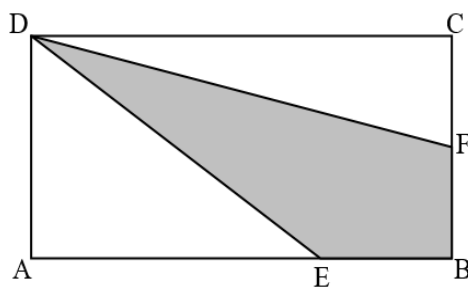
แบบฝึกหัดที่ 3

- 1) จากรูป ABCD เป็น □ สี่เหลี่ยม มีพื้นที่ 1250 ตารางหน่วย มีจุด E, F อยู่บนด้าน \overline{BC} , \overline{CD} ตามลำดับ โดย $\overline{BE} : \overline{EC} = 1 : 4$ และ $\overline{CF} : \overline{FD} = 7 : 3$ จงหาพื้นที่แรงแรงที่ตารางหน่วย



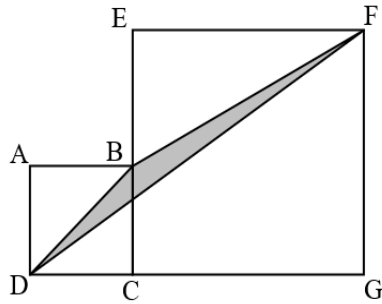
- ก. 74 ตารางหน่วย
 ข. 78.75 ตารางหน่วย
 ค. 82 ตารางหน่วย
 ง. 87.5 ตารางหน่วย

- 2) จากรูป ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่ง $CF = FB$, $4EB = AE$ อัตราส่วนของพื้นที่แรงแรงกับพื้นที่ส่วนที่ไม่แรงแรงเป็นเท่าไร (สมาคมคณิต ๑)



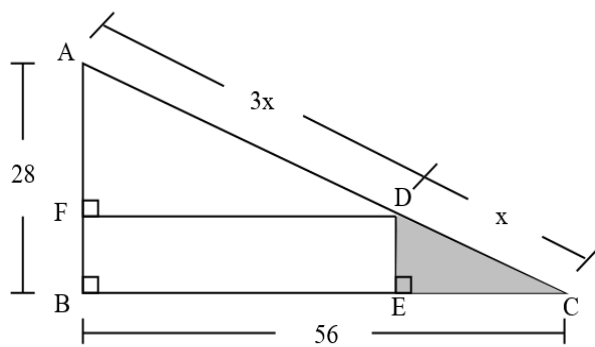
- ก. 7 : 2
 ข. 13 : 2
 ค. 7 : 13
 ง. 14 : 13

3) จากรูป $\square ABCD$ และ $\square CEFG$ ต่างเป็น \square จตุรัส ให้ AD ยาว 5 หน่วย จงหาพื้นที่แรงแจก



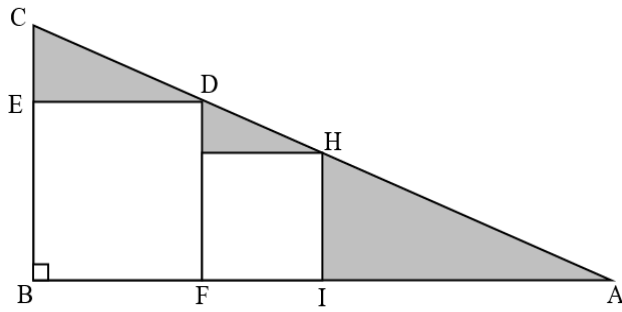
- ก. 8.5 ตารางหน่วย
- ข. 10 ตารางหน่วย
- ค. 12.5 ตารางหน่วย
- ง. 14 ตารางหน่วย

4) จากรูป จงหาพื้นที่แรงแจก (แนวเตรียมทหาร)



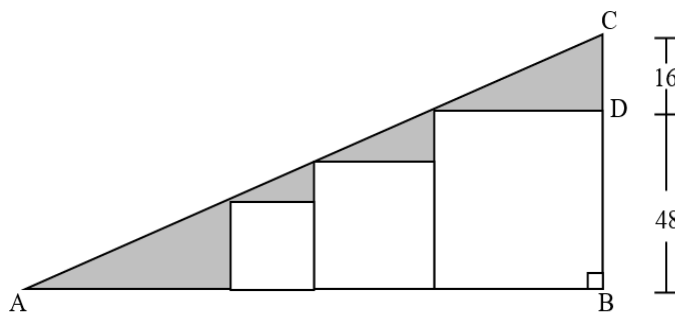
- ก. 49 ตารางหน่วย
- ข. 50 ตารางหน่วย
- ค. 52 ตารางหน่วย
- ง. 56 ตารางหน่วย

- 5) ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มี ABC เป็นมุมฉาก และมีสี่เหลี่ยมจัตุรัส 2 รูปบรรจุอยู่ภายในสามเหลี่ยม ดังรูป ถ้า CE ยาว 4 หน่วย, EB ยาว 16 หน่วย จงหาพื้นที่แรงแกที่ตารางหน่วย (แนวเตรียมทหาร)



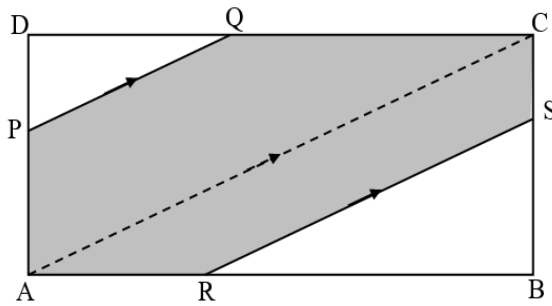
- ก. 342.3 ตารางหน่วย
- ข. 363.24 ตารางหน่วย
- ค. 380.16 ตารางหน่วย
- ง. 392.2 ตารางหน่วย

- 6) กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส 3 รูป แนบอยู่ข้างใน ดังรูป ถ้า CD ยาว 16 หน่วย และ DB ยาว 48 หน่วย แล้ว จงหาพื้นที่แรงแก (สมาคมคณิต ๑)



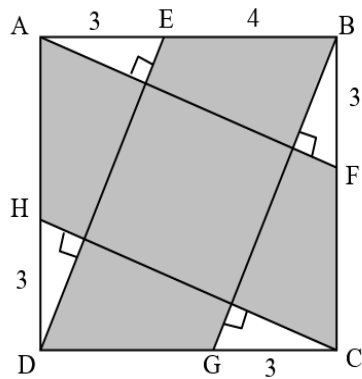
- ก. 1762 ตารางหน่วย
- ข. 1815 ตารางหน่วย
- ค. $2024\frac{1}{3}$ ตารางหน่วย
- ง. $2122\frac{2}{5}$ ตารางหน่วย

- 7) จากรูป $AP = 2PD$ และ $BR = 2RA$ \overline{PQ} และ \overline{RS} ต่างก็ขนานกับ \overline{AC} อัตราส่วนของพื้นที่ของอาณาบริเวณที่แรเงาคือพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD เป็นเท่าไร



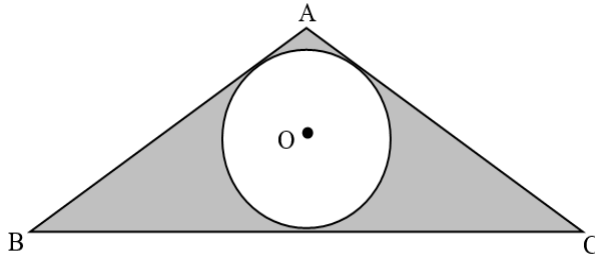
- ก. 8 : 11
- ข. 9 : 13
- ค. 13 : 18
- ง. 11 : 17

- 8) ABCD เป็น \square จัตุรัส โดยที่ $AE = BF = CG = DH = 3$ หน่วย และ $EB = 4$ หน่วย จงหาพื้นที่แรงแรง (สมาคมคณิต ๗)



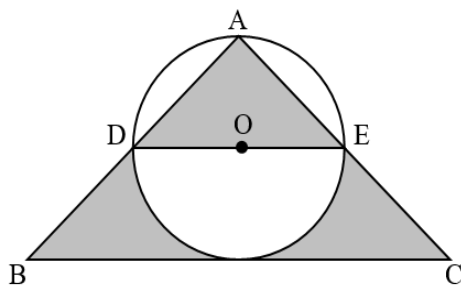
- ก. $\frac{1232}{29}$ ตารางหน่วย
- ข. $\frac{1348}{29}$ ตารางหน่วย
- ค. $\frac{1424}{29}$ ตารางหน่วย
- ง. $\frac{1521}{29}$ ตารางหน่วย

- 9) จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางวงกลมใน \triangle หน้าที่ ABC โดยมี $\overline{AB} = \overline{AC} = 20$ หน่วย และ $\overline{BC} = 24$ หน่วย จงหาพื้นที่แรงแรง (แนวเตรียมทหาร)



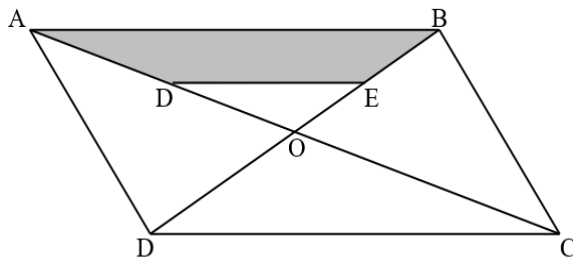
- ก. $144 - 24\pi$ ตารางหน่วย
- ข. $162 - 12\pi$ ตารางหน่วย
- ค. $192 - 36\pi$ ตารางหน่วย
- ง. $212 - 40\pi$ ตารางหน่วย

- 10) กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็น \triangle หน้าที่ มี $\overline{AB} = \overline{AC}$ มีจุด D และ E เป็นจุดกึ่งกลางด้าน AB และ AC ตามลำดับ BC ยาว 42 หน่วย และ DE เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O จงหาพื้นที่แรงแรง



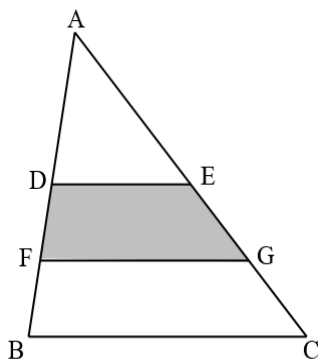
- ก. 267.75 ตารางหน่วย
- ข. 284 ตารางหน่วย
- ค. 304.25 ตารางหน่วย
- ง. 314.5 ตารางหน่วย

- 11) จากรูป $\square ABCD$ เป็น \square ด้านขนาน มีพื้นที่ 32 ตารางหน่วย ถ้า \overline{DE} เป็นเส้นต่อจุดกึ่งกลางของ AO และ BO จงหาพื้นที่แรงแจก



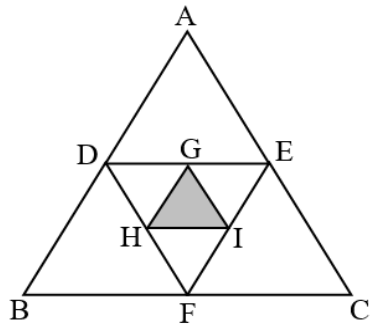
- ก. 4 ตารางหน่วย
- ข. 6 ตารางหน่วย
- ค. 6.4 ตารางหน่วย
- ง. 7.2 ตารางหน่วย

- 12) ให้ $\triangle ABC$ มีจุด D และ E เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน AB , AC ตามลำดับ และมีจุด F และ G เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน BD , CE ตามลำดับ จงหาพื้นที่แรงแจกต่อพื้นที่สามเหลี่ยม ABC



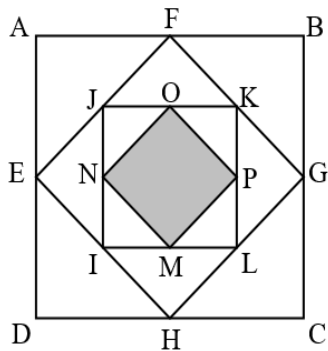
- ก. 1 : 7
- ข. 2 : 13
- ค. 3 : 16
- ง. 5 : 16

- 13) กำหนดให้ ABC เป็นสามเหลี่ยมด้านเท่า มีจุด D, E, F, G, H, I เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน AB, AC, BC, DE, DF, EF ตามลำดับ ถ้าสามเหลี่ยม ABC มีพื้นที่ 36 ตารางหน่วย จงหาพื้นที่แรงแรง



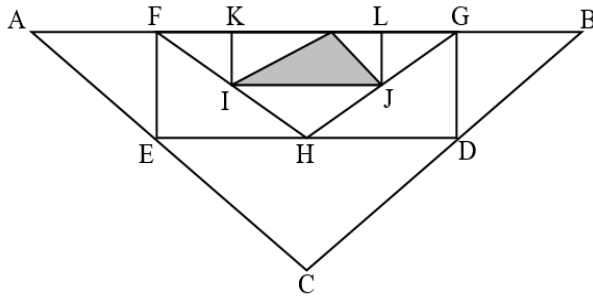
- ก. 2 ตารางหน่วย
- ข. 2.25 ตารางหน่วย
- ค. 3 ตารางหน่วย
- ง. 3.75 ตารางหน่วย

- 14) กำหนดให้ $ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีพื้นที่ 64 ตารางหน่วย จุด $E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P$ เป็นจุดกึ่งกลางของด้านของสี่เหลี่ยม $ABCD, EFGH, IJKL$ ตามลำดับ จงหาพื้นที่แรงแรง



- ก. 8 ตารางหน่วย
- ข. $12\sqrt{2}$ ตารางหน่วย
- ค. 16 ตารางหน่วย
- ง. 12 ตารางหน่วย

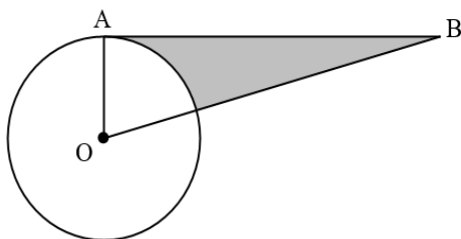
- 15) กำหนดให้ ABC เป็น Δ หน้าจั่ว มี \hat{ACB} เป็นมุมฉาก มีพื้นที่ 50 ตารางหน่วย จุด E, D, H, I, J เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน AC, BC, DE, FH, GH ตามลำดับ จงหาพื้นที่แรงแรง



- ก. $2\frac{3}{4}$ ตารางหน่วย
 ข. $3\frac{1}{4}$ ตารางหน่วย
 ค. $3\frac{1}{8}$ ตารางหน่วย
 ง. $4\frac{1}{2}$ ตารางหน่วย

แบบฝึกหัดที่ 4

1) ให้ O เป็นจุดศูนย์กลาง มี AB เป็นเส้นสัมผัสยาว $10\sqrt{3}$ หน่วย, BO ยาว 20 หน่วย จงหาพื้นที่แฉง



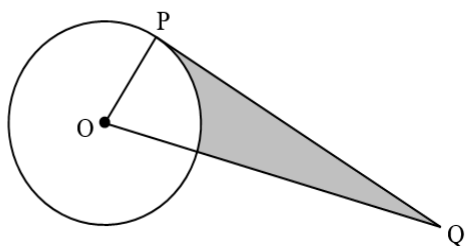
ก. $50(3\sqrt{3} - \pi)$ ตารางหน่วย

ข. $50\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}\right)$ ตารางหน่วย

ค. $50\left(2\sqrt{3} + \frac{\pi}{3}\right)$ ตารางหน่วย

ง. $50(\sqrt{3} + \pi)$ ตารางหน่วย

2) กำหนดให้ \overline{PQ} เป็นเส้นสัมผัสวงกลม O ที่จุด P รัศมีของวงกลมยาว 5 หน่วย และ $\angle PQO = 30^\circ$ แล้วพื้นที่แฉงก็ตารางหน่วย



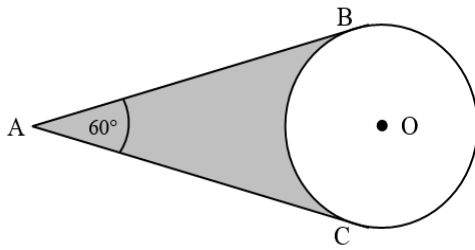
ก. $\frac{25}{2}\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}\right)$ ตารางหน่วย

ข. $\frac{25}{2}\left(2\sqrt{3} + \frac{\pi}{3}\right)$ ตารางหน่วย

ค. $\frac{25}{2}\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{6}\right)$ ตารางหน่วย

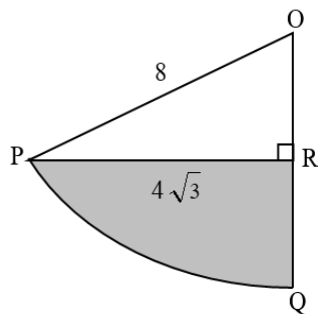
ง. $\frac{25}{2}\left(2\sqrt{3} + \frac{\pi}{6}\right)$ ตารางหน่วย

- 3) จากรูป วงกลม O มีรัศมียาว 4 หน่วย \overline{AB} , \overline{AC} เป็นเส้นสัมผัสวงกลม O ที่จุด B และ C ตามลำดับ จงหาพื้นที่แรงแจก



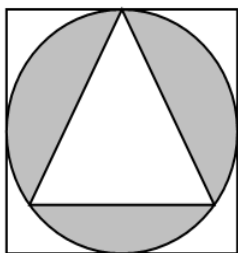
- ก. $12(\sqrt{3}-\pi)$ ตารางหน่วย
 ข. $12(\sqrt{3}-\frac{\pi}{2})$ ตารางหน่วย
 ค. $16(\sqrt{3}-\frac{2\pi}{3})$ ตารางหน่วย
 ง. $16(\sqrt{3}-\frac{\pi}{3})$ ตารางหน่วย

- 4) จากรูป OPQ เป็นเซกเตอร์ของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด O จงหาพื้นที่แรงแจก



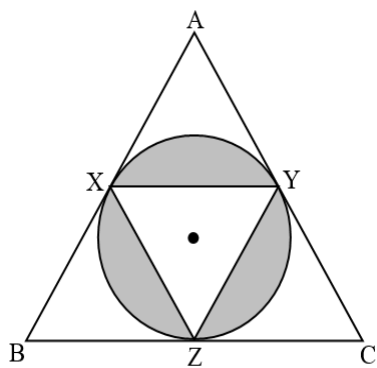
- ก. $2\left(\frac{\pi}{3}-\sqrt{3}\right)$ ตารางหน่วย
 ข. $4\left(\frac{3\pi}{2}+1\right)$ ตารางหน่วย
 ค. $8\left(\frac{4\pi}{3}-\sqrt{3}\right)$ ตารางหน่วย
 ง. $12\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$ ตารางหน่วย

- 5) กำหนดให้รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าอยู่ในวงกลม ซึ่งมีสี่เหลี่ยมจัตุรัสล้อมรอบ ดังรูป ถ้าด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาว 8 เซนติเมตร จงหาพื้นที่บริเวณที่แรเงา (สมาคมคณิต ๑)



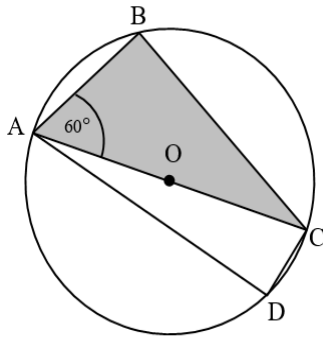
- ก. $4(4\pi - 3\sqrt{3})$ ตารางเซนติเมตร
 ข. $4(4\pi + 3\sqrt{3})$ ตารางเซนติเมตร
 ค. $4(4\pi - \sqrt{3})$ ตารางเซนติเมตร
 ง. $4(4\pi + \sqrt{3})$ ตารางเซนติเมตร

- 6) กำหนดให้ ABC เป็นสามเหลี่ยมด้านเท่า ด้านทั้งสามด้านของสามเหลี่ยมสัมผัสวงกลมที่จุด X, Y, Z ถ้าด้านของสามเหลี่ยม ABC ยาวด้านละ 7 หน่วย แล้ว จงหาพื้นที่แรเงา



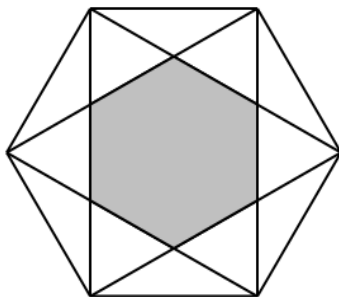
- ก. $\frac{5}{2} \left(\frac{11}{3} - \frac{2\sqrt{3}}{8} \right)$ ตารางหน่วย
 ข. $\frac{9}{2} \left(\frac{11}{3} - \frac{7\sqrt{3}}{8} \right)$ ตารางหน่วย
 ค. $\frac{5}{2} \left(\frac{11}{3} - \frac{\sqrt{3}}{8} \right)$ ตารางหน่วย
 ง. $\frac{7}{2} \left(\frac{11}{3} - \frac{7\sqrt{3}}{8} \right)$ ตารางหน่วย

- 7) ถ้ากำหนดให้ CD ยาว 2 หน่วย พื้นที่สามเหลี่ยม $ACD = 8$ ตารางหน่วย, \widehat{BAC} มีขนาด 60° หน่วย จงหาพื้นที่แรงแจก (แนวเตรียมทหาร)



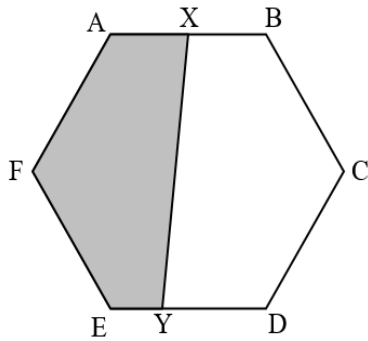
- ก. $\frac{17\sqrt{3}}{2}$ ตารางหน่วย
- ข. $17\sqrt{3}$ ตารางหน่วย
- ค. $\frac{18\sqrt{3}}{3}$ ตารางหน่วย
- ง. $18\sqrt{3}$ ตารางหน่วย

- 8) จากรูป กำหนดให้ รูปหกเหลี่ยมด้านเท่านี้มีด้านยาวด้านละ x หน่วย จงหาพื้นที่แรงแจก



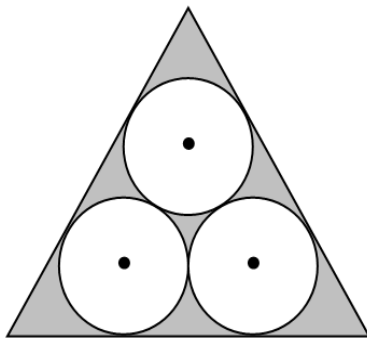
- ก. $\frac{\sqrt{3}x^2}{2}$ ตารางหน่วย
- ข. $\sqrt{3}x^2$ ตารางหน่วย
- ค. $2\sqrt{3}x^2$ ตารางหน่วย
- ง. $3\sqrt{3}x^2$ ตารางหน่วย

- 9) ABCDEF เป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่าที่มีพื้นที่ 36 ตารางนิ้ว ถ้า x เป็นจุดบน AB ทำให้ $AB : AX = 2 : 1$ และ Y เป็นจุดบน DE ทำให้ $DY : YE = 3 : 1$ ลาก XY จงหาพื้นที่ของพื้นที่แรงแรง (แนวเตรียมอุดม)



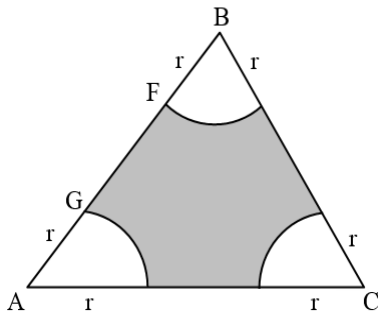
- ก. 12 ตารางนิ้ว
- ข. 13 ตารางนิ้ว
- ค. 14 ตารางนิ้ว
- ง. 15 ตารางนิ้ว

- 10) จากรูป จงหาพื้นที่แรงแรง โดยกำหนดให้ วงกลมทั้ง 3 วง มีรัศมียาว x หน่วย (แนวเตรียมทหาร)



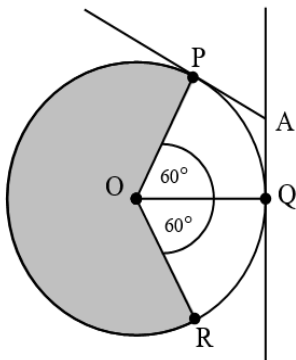
- ก. $x^2 \left(4\sqrt{3} + 6 - \frac{\pi}{2} \right)$ ตารางหน่วย
- ข. $x^2 \left(4\sqrt{3} + 6 - \frac{3\pi}{2} \right)$ ตารางหน่วย
- ค. $x^2(4\sqrt{3} + 6 - \pi)$ ตารางหน่วย
- ง. $x^2(4\sqrt{3} + 6 - 3\pi)$ ตารางหน่วย

- 11) จากรูป r เป็นความยาวของรัศมีของแต่ละเซกเตอร์, $AC = 16\sqrt{2}$ หน่วย, $FG = 6$ หน่วย และ $\angle BAC = 45^\circ$ ถ้า $r = 8$ หน่วย แล้วพื้นที่ของส่วนที่แรงแรงเป็นกี่ตารางหน่วย (สมาคมคณิต ๑)



- ก. $84 - 12\pi$ ตารางหน่วย
 ข. $124 - 16\pi$ ตารางหน่วย
 ค. $176 - 32\pi$ ตารางหน่วย
 ง. $186 - 48\pi$ ตารางหน่วย

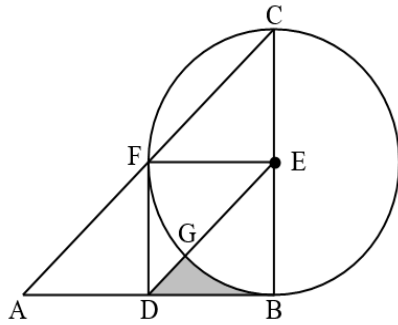
- 12) จากรูปที่กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม \overline{AP} , \overline{AQ} สัมผัสวงกลม มี $\angle POQ = \angle ROQ = 60^\circ$ ถ้า AP ยาว 5 หน่วย แล้ว จงหาพื้นที่แรงแรง (สมาคมคณิต ๑)



- ก. $\frac{25\pi}{9}$ ตารางหน่วย
 ข. $\frac{50\pi}{9}$ ตารางหน่วย
 ค. 25π ตารางหน่วย
 ง. 50π ตารางหน่วย

13) จากรูป E เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม B และ F เป็นจุดสัมผัสของวงกลม

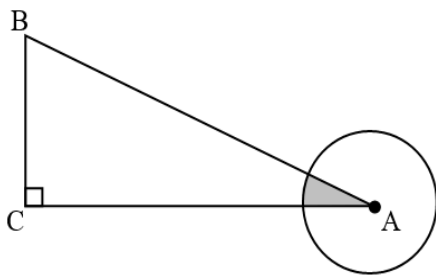
ให้ $AB = BC = x$ หน่วย และ $DF = FE = y$ หน่วย จาก $\frac{\text{พื้นที่}\triangle ABC}{\text{พื้นที่ส่วนที่แรงแจก}}$ (สมการคณิต ๗)



- ก. $\frac{8}{4-\pi}$
- ข. $\frac{16}{4-\pi}$
- ค. $\frac{8}{2+\pi}$
- ง. $\frac{16}{2+\pi}$

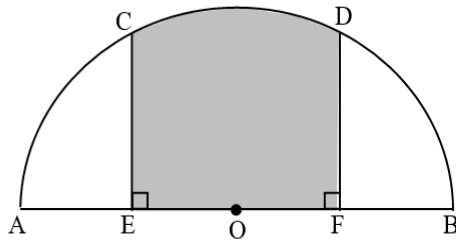
14) จงหาอัตราส่วนของพื้นที่ $\triangle ABC$ ต่อพื้นที่วงกลม A เมื่อกำหนดให้ A เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม มี

$AC = 10\sqrt{3}$ หน่วย $BC = 10$ หน่วย และพื้นที่แรงแจกมีพื้นที่ $\frac{3\pi}{4}$ ตารางหน่วย (แนวเตรียมทหาร)



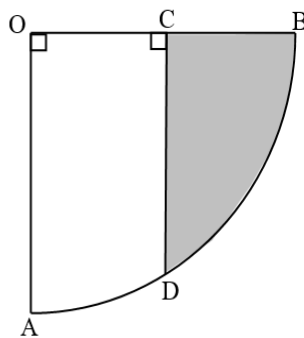
- ก. $40 : \sqrt{3} \pi$
- ข. $45 : \sqrt{3} \pi$
- ค. $50 : 3\sqrt{3} \pi$
- ง. $55 : 3\sqrt{3} \pi$

15) จากรูป ครึ่งวงกลม O มีรัศมียาว 4 หน่วย $EO = FO = 2$ หน่วย จงหาพื้นที่แฉง



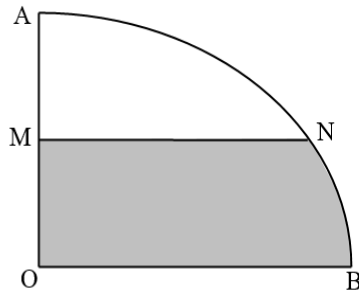
- ก. $4\left(3 + \frac{2\pi}{3}\right)$ ตารางหน่วย
- ข. $4(3\sqrt{3} + \pi)$ ตารางหน่วย
- ค. $4\left(\sqrt{3} + \frac{\pi}{3}\right)$ ตารางหน่วย
- ง. $4\left(\sqrt{3} + \frac{2\pi}{3}\right)$ ตารางหน่วย

16) กำหนดให้ OAB เป็นส่วนโค้งของวงกลมที่มี O เป็นจุดศูนย์กลางรัศมียาว 2 หน่วย C เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน OB จงหาพื้นที่แฉง



- ก. $\frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ ตารางหน่วย
- ข. $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ ตารางหน่วย
- ค. $\frac{3\pi}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ ตารางหน่วย
- ง. $2\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}$ ตารางหน่วย

- 17) เซกเตอร์ OAB มี $\angle AOB$ เป็นมุมฉาก ดังรูป M เป็นจุดกึ่งกลางของ \overline{OA} และ $\overline{MN} \parallel \overline{OB}$ บริเวณพื้นที่แรงแกคิดเป็นกี่เท่าของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้านเท่ากับรัศมีวงกลม (สมมติความยาวด้านเท่ากับ 1) *(สมมติความยาวด้านเท่ากับ 1)*



- ก. 0.38 เท่า
- ข. 0.42 เท่า
- ค. 0.45 เท่า
- ง. 0.48 เท่า